

1. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 &= 0 \\ (x - y)(x - 2y) &= 0 \\ \Rightarrow (x - y)(x - 2y) &= 0 \\ \Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } x = y \\ x^2 + 2y^2 &= 3x^2 = 12 \\ x = \pm 2 &\Rightarrow y = \pm 2 \\ \text{ii) } x = 2y \\ x^2 + 2y^2 &= 6y^2 = 12 \\ y = \pm \sqrt{2} &\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \\ x + y &= (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}) \end{aligned}$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \textcircled{B}$$

①을 ②에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

5. 200m운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

- ① 8 km/h ② 9 km/h ③ 10 km/h
④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
 $3x - 3y = 200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
 $x + y = 200$
$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3}$ m/분
 $\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4\text{km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$

6. 연립방정식 $xy = z$, $yz = x$, $zx = y$ 를 만족하는 0이 아닌 실수해 x, y, z 의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 무수히 많다.

해설

주어진 식을 변변 곱하면 $(xyz)^2 = xyz$

$xyz \neq 0$ 이므로 $xyz = 1$

여기에 $xy = z$ 를 대입하면 $z^2 = 1$, $z = \pm 1$

(i) $z = 1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면,

$$xy = 1, x = y$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, 1, 1), (-1, -1, 1)$$

(ii) $z = -1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면

$$xy = -1, x = -y$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, -1, -1), (-1, 1, -1)$$

(i), (ii)에서 조건을 만족하는 (x, y, z) 는 모두 4개이다.

7. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

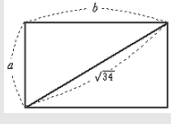
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면
 $p^2 + ap + 5 = 0$, $p^2 + 5p + a = 0$
두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$
 $(a - 5)(p - 1) = 0$
 $\therefore a = 5$ 또는 $p = 1$
 $p = 1$ 이면, $1 + a + 5 = 0$, $a = -6$
 $\therefore a$ 의 합: $-6 + 5 = -1$

8. 대각선의 길이가 $\sqrt{34}$ m 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 가로, 세로의 길이를 각각 2 m 씩 늘였더니, 넓이가 20 m^2 만큼 늘어졌다고 한다. 처음 땅의 가로, 세로의 길이를 구하면?
- ① 가로의 길이: 3 m, 세로의 길이: 5 m
- ② 가로의 길이: 5 m, 세로의 길이: 3 m
- ③ 가로의 길이: 3 m, 세로의 길이: 5 m 또는 가로의 길이: 5 m, 세로의 길이: 3 m
- ④ 가로의 길이: $(3\sqrt{6}-2)$ m, 세로의 길이: $(3\sqrt{6}-2)$ m
- ⑤ 가로의 길이: $\sqrt{3}$ m, 세로의 길이: $\sqrt{5}$ m

해설



$$a^2 + b^2 = (\sqrt{34})^2 = 34$$

$$(a+2)(b+2) = ab + 20$$

$$ab + 2(a+b) + 4 = ab + 20$$

$$\therefore a + b = 8$$

$$2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 64 - 34 = 30$$

$$\therefore ab = 15 \quad b = 8 - a$$

$$a \cdot (8 - a) = 15 \rightarrow (a - 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 5 \text{ 또는 } a = 5, b = 3$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=k \\ x^2+2y^2=4 \end{cases}$ 의 해가 오직 한 쌍이기 위한 실수 k 의 값은 k_1, k_2 의 두 개다. 이 때, k_1k_2 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} x+y=k & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+2y^2=4 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $y = -x + k$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + 2(-x + k)^2 = 4$$

$$3x^2 - 4kx + 2k^2 - 4 = 0 \quad \cdots \textcircled{C}$$

이차방정식 ③이 중근을 가져야 하므로 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 3(2k^2 - 4) = 0$$

$$4k^2 - 6k^2 + 12 = 0, \quad k^2 = 6$$

$$\therefore k = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore k_1k_2 = \sqrt{6} \times (-\sqrt{6}) = -6$$