

1. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 그래프는 $x = 1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -11

② -9

③ -7

④ 7

⑤ 11

해설

$$y = x^2 - 6x + 2$$

$$= (x - 3)^2 - 7$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

3. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x-2)^2 + 1$$

최댓값 $m = 1$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x+3)^2$$

최솟값 $n = 0$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

4. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.

주어진 구간의 양 끝값을 구하면,

$$x = -3 \text{ 일 때 } y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$$

$$x = 1 \text{ 일 때 } y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

5. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

-1	2	-1	-6	-1	2
		-2	3	3	-2
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

6. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) \ t = 4 \text{ 일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

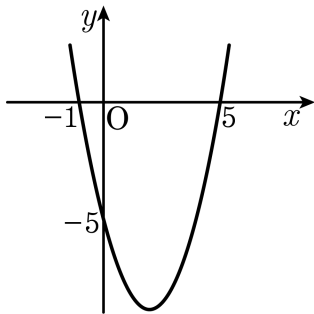
$$(ii) \ t = 9 \text{ 일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

7. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

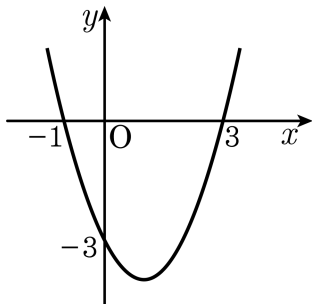
$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 5$ 이므로 $y = a(x+1)(x-5)$ 이다.

y 절편이 -5 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2 - 4x - 5 \\ &= (x-2)^2 - 9 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -9$ 이다.

8. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하면?



① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로 $y = a(x+1)(x-3)$ 이다.

y 절편이 -3 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-3) \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ &= (x-1)^2 - 4 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -4$ 이다.

9. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$

$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

㉠ 두 점 $(-3, 0)$, $(-5, 0)$ 에서 만난다.

㉡ 최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = a(x+3)(x+5)$ 로 놓으면 $y = a(x^2 + 8x + 15) = a(x+4)^2 - a$

최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $-a = -\frac{1}{3}$ 에서 $a = \frac{1}{3}$ 이다.

즉, $y = \frac{1}{3}(x^2 + 8x + 15) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 5$ 에서 $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{8}{3}$, $c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b - c = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 5 = -2$$

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$,

$$\text{따라서 } y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 2ax + b$ 가 $x = 2$ 일 때,

최솟값이 -2 이므로

$$y = (x - 2)^2 - 2 = x^2 - 4x + 2$$

$$\therefore 2a = 4, a = 2, b = 2$$

13. $-2 \leq x \leq 0$ 에서 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + a + 1$ 이 최댓값 1 을 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -2x^2 + 4x + a + 1 = -2(x - 1)^2 + a + 3$ 이
이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표 1 이
 x 의 값의 범위 $-2 \leq x \leq 0$ 에 속하지 않으므로
주어진 이차함수는 $x = -2$ 일 때 최솟값을 갖고
 $x = 0$ 일 때 최댓값을 갖는다.

최댓값이 1 이므로 $a + 1 = 1 \quad \therefore a = 0$

14. 이차함수 $y = 2x^2 + 4ax - 4a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2x^2 + 4ax - 4a = 2(x + a)^2 - 2a^2 - 4a$$

$$\therefore m = -2a^2 - 4a = -2(a + 1)^2 + 2$$

따라서 m 의 최댓값은 2 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$$

따라서 m 의 최댓값 4이다.

16. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면

$$y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로

$$t \geq 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 의 범위에서 $\textcircled{㉠}$ 의 최솟값은

$t = 2$ 일 때 1이다.

17. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x + a$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값과 $f(f(x))$ 의 최솟값이 같게 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 0$ ② $a \geq 0$ ③ $a \leq 1$ ④ $a \geq 1$ ⑤ $a \leq 2$

해설

$$f(x) = x^2 + 2x + a = (x + 1)^2 + a - 1 \text{ 은}$$

$x = -1$ 일 때 최솟값 $a - 1$ 을 갖는다.

$$\therefore f(x) \geq a - 1$$

$$f(x) = t \text{ 라면}$$

$$f(f(x)) = f(t) = t^2 + 2t + a (t \geq a - 1)$$

이때, 꼭짓점의 t 좌표 -1 이

$t \geq a - 1$ 에 포함되면

$f(t)$ 의 최솟값이 $f(-1) = a - 1$ 이 되어 최솟값과 같아진다.

$$\text{즉, } -1 \geq a - 1 \quad \therefore a \leq 0$$

18. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,

$$y = x(30 - x)$$

$$= -x^2 + 30x$$

$$= -(x - 15)^2 + 225$$

$x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

19. x, y 가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7 \\ &= (x - 3)^2 + 2(y + 1)^2 - 4 \text{ 이므로} \\ & x = 3, y = -1 \text{ 일 때, 최솟값 } -4 \text{를 갖는다.} \end{aligned}$$

20. x, y 가 실수일 때, $-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 = -(x + 2)^2 - (y - 3)^2 + 1$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x + 2)^2 \geq 0, (y - 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 \leq 1$$

따라서 $x = -2, y = 3$ 일 때

주어진 식의 최댓값은 1이다.

21. $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2x - y$ 는 $x = \alpha, y = \beta$ 에서 최댓값 m 을 갖는다. 이때, $m + \alpha + \beta$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2x - y = k$ 로 놓으면

$$y = 2x - k \cdots \textcircled{㉠}$$

㉠을 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x - k)^2 = 5$$

$$\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 x 에 대한 이차방정식으로 보면
 x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5) \geq 0, k^2 \leq 25$$

$$\therefore -5 \leq k \leq 5$$

따라서 k 의 최댓값은 5이다.

이 때의 x, y 의 값은

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 5x^2 - 20x + 20 = 0, 5(x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } y = 4 - 5 = -1$$

따라서, $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$ 이므로

$$m + \alpha + \beta = 6$$

22. 방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{3}$

② $x = 2$ 또는 $x = 4$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -2 \pm \sqrt{5}$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{6}$

④ $x = -3 \pm \sqrt{5}i$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{6}i$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = -5$ 또는 $-3 \pm \sqrt{6}$

해설

$$x(x+6) = x^2 + 6x$$

$$(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$$

$$x^2 + 6x = X \text{ 로 놓으면}$$

$$x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$$

$$X(X+8) + 15 = 0,$$

$$X^2 + 8X + 15 = 0$$

$$(X+3)(X+5) = 0$$

$$\therefore X = -3, X = -5$$

$$\textcircled{7} : X = -3 \Rightarrow x^2 + 6x + 3 = 0,$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-3} = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\textcircled{8} : X = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0,$$

$$(x+5)(x+1) = 0, x = -1, -5$$

23. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$ 에서 $x^2 + x = X$ 라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$ 또는 $X = 6$

(i) $X = 2$ 일 때, $x^2 + x = 2$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -2$

(ii) $X = 6$ 일 때, $x^2 + x = 6$ 에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

24. 다음 중 사차방정식 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 의 근에 해당하는 것을 모두 고르면?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

④ $1 + \sqrt{3}i$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$

해설

$x^4 + x^2 + 1 = 0$ 을 변형하면

$$x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = 0,$$

$$(x^2 + 1)^2 - x^2 = 0$$

$$(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) = 0,$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 또는 } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

25. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

26. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

27. $2x^2 + y^2 = 8$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $4x + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$2x^2 + y^2 = 8$ 에서

$y^2 = 8 - 2x^2$ 으로 놓으면

$$y^2 = 8 - 2x^2 \geq 0, x^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2$$

이 때, $y^2 = 8 - 2x^2$ 을 $4x + y^2$ 에 대입하면

$$4x + y^2 = 4x + (8 - 2x^2) = -2(x - 1)^2 + 10$$

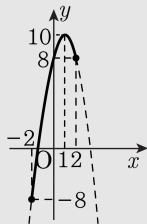
$$\text{여기서 } f(x) = 4x + y^2 = -2(x - 1)^2 + 10$$

이라고 하면 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로

다음 그림에서 $x = 1$ 일 때

$f(x)$ 의 최댓값은 10

$x = -2$ 일 때 $f(x)$ 의 최솟값은 $-2(-2 - 1)^2 + 10 = -8$



따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + (-8) = 2$

28. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 을 만족할 때, x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 을 y 에 대한 식으로 정리하면

$$y^2 - 2y + (x^2 + 2x - 2) = 0$$

x, y 는 실수이므로 이 이차방정식은 실근을 갖는다.

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (x^2 + 2x - 2) \geq 0$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0, (x + 3)(x - 1) \leq 0$$

$\therefore -3 \leq x \leq 1$, x 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -3

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 -2

29. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$ 을 대입하면

$1 = 0$ 이 되어 모순이므로 $x \neq 0$ 이다.

따라서, 주어진 식의 양변을

x^2 으로 나누면

$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

여기서 $x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면

$$X^2 + 5X - 14 = 0, (X + 7)(X - 2) = 0$$

$$\therefore X = -7 \text{ 또는 } X = 2$$

(i) $X = -7$ 일 때,

$$x + \frac{1}{x} = -7 \text{에서}$$

$$x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

(ii) $X = 2$ 일 때,

$$x + \frac{1}{x} = 2 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

(i), (ii)로부터

$$x = 1(\text{중근}) \text{ 또는 } x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

따라서, 모든 근의 합은

$$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6 \text{이다.}$$

30. 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 2)$, $B(-4, 3)$ 와 직선 $y = 1$ 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

점 P 의 좌표를 $(a, 1)$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (a^2 + 1) + \{(a + 4)^2 + 4\} \\ &= 2a^2 + 8a + 21 \\ &= 2(a + 2)^2 + 13\end{aligned}$$

따라서 $a = -2$ 일 때, 최솟값은 13이다.

31. 이차함수 $y = -2x^2 - 4(k-1)x + 3k$ 의 최댓값을 K 라 할 때, K 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{8}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4(k-1)x + 3k \\&= -2\{x^2 + 2(k-1)x + (k-1)^2\} + 2(k-1)^2 + 3k \\&= -2\{x + (k-1)\}^2 + 2(k-1)^2 + 3k \\ \therefore K &= 2(k-1)^2 + 3k \\&= 2k^2 - k + 2 \\&= 2\left(k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{16}\right) + \frac{15}{8} \\&= 2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8}\end{aligned}$$

따라서 K 의 최솟값은 $\frac{15}{8}$ 이다.

32. 삼차방정식 $x^3 - (7 \cdot 2^3)x^2 + (7 \cdot 2^7)x - 2^{12} = 0$ 의 세 근을 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)라 할 때, $\alpha \leq m \leq \gamma$ 인 정수 m 의 개수를 구하면?

① 23개

② 24개

③ 25개

④ 26개

⑤ 27개

해설

$f(x) = x^3 - (7 \cdot 2^3)x^2 + (7 \cdot 2^7)x - 2^{12}$ 이라 할 때 $f(2^3) = f(2^4) = f(2^5) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x - 2^3)(x - 2^4)(x - 2^5)$$

$\alpha < \beta < \gamma$ 에서 $\alpha = 2^3$, $\gamma = 2^5$ 이므로

$$2^3 \leq m \leq 2^5$$

$\therefore$ 정수 m 의 개수는 $2^5 - 2^3 + 1 = 25$

33. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하면?

① -5

② -6

③ 0

④ 5

⑤ 6

해설

짝수차 상반방정식이므로

양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 5x - 4 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0,$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = t \text{라 놓으면}$$

$$t^2 + 5t - 6 = 0, (t + 6)(t - 1) = 0$$

$$\therefore t = 1, -6$$

$$\text{즉, } x + \frac{1}{x} = 1, x + \frac{1}{x} = -6$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + 6x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠식은 허근을 가지므로 조건에 맞지 않고

㉡식에서 두 실근의 합은

근과 계수와의 관계에서

$$\therefore \alpha + \beta = -6$$