1. ${}_8P_r = 336$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$336 = 8 \times 7 \times 6$ 에서

$r = 3$

2. 서로 다른 다섯 종류의 구슬이 있다. 이것을 일직선 위에 배열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 120 가지

해설

$5! = 120$ (가지)

3. 세 곡의 노래를 한 장의 앨범에 실으려고 할 때, 곡의 순서를 달리하여 만들 수 있는 앨범의 종류는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

${}_3P_3 = 3! = 6$(가지)

4. 4명의 학생이 일렬로 놓인 4개의 의자에 앉는 방법의 수는?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

${}_4P_4 = 4! = 24$

5. n명의 학생에게 n장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 120이다. n의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

n명의 학생에게 n장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

$n! = 120$

$\therefore\ n = 5$

6. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{(\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 ($\boxed{\text{가}}$), 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 ($\boxed{\text{나}}$) 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$　② $5{}_9P_4$, ${}_9P_5$　③ ${}_9P_4$, ${}_8P_5$

④ ${}_8P_4$, $4{}_9P_5$　⑤ $4{}_9P_4$, ${}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

7. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

${}_4P_2 = 12$

8. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n+1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n+1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n+1)! \times 5! = 86400$

$\therefore (n+1)! = \dfrac{86400}{120} = 720 = 6!$

$\therefore n = 5$

9. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

① 705 ② 720 ③ 735 ④ 750 ⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \dfrac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$\therefore \dfrac{6!}{3!} \times 3! = 720$

10. 백인종 2 명, 흑인종 3 명, 황인종 2 명을 일렬로 세울 때, 백인종은 백인종끼리, 흑인종은 흑인종끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하면?

① 24 ② 144 ③ 210 ④ 288 ⑤ 720

해설

백인종과 흑인종을 각각 한 묶음으로 본다.

$4! \times 2! \times 3! = 288$

11. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$5! \times 3! = 720$

12. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690 ② 700 ③ 710 ④ 720 ⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.

$\Rightarrow 5! = 120$

여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 $3!$을 곱한다.

$\therefore\ 120 \times 3! = 720$

13. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여 서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 144 가지

해설

묶음 안에서 특정한 3 명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$(가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4! = 24$ (가지) 이다.
$\therefore$ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

14. ‘worldcup’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 w와 d 사이에 3개의 문자가 들어 있는 것은 몇 개인가?

① 3820 ② 4630 ③ 5760 ④ 6740 ⑤ 7260

해설

ⓦ○○○ⓓ○○○

w와 d사이에 나머지 6개 중 3개를 뽑아 채우고 w와 d가 자리를 바꿀 수 있는 경우를 곱한 뒤 5문자를 한 묶음으로 보고 4개를 줄세우는 경우를 구한다.

${}_6P_3 \times 2! \times 4! = 5760$

15. A, C, E, F, L, O, S, V 의 8 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 문자열 속에 $ASLOVECF$ 와 같이 $LOVE$ 라는 단어가 들어 있는 경우의 수는?

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$LOVE$를 한 문자 X 로 생각하면 되므로, 구하는 경우의 수는 X, A, C, F, S 의 5 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore 5! = 120$ (가지)

16. 남자 4명, 여자 4명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 576 ② 872 ③ 1152 ④ 1680 ⑤ 2304

해설

남자 4명을 먼저 줄 세운 다음 사이 사이에 여자 4명을 배치하는 경우와
여자 4명을 먼저 줄 세우고 사이 사이에 남자 4명을 배치하는 경우
$4! \times 4! \times 2 = 1152$

17. continue의 8개의 문자를 양 끝에 c와 e가 오도록 일렬로 나열하는 방법의 수는?

① 180 ② 360 ③ 540 ④ 720 ⑤ 1080

해설

18. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \dfrac{5!}{2!} = 60$

19. 5 개의 숫자 $0, 1, 2, 3, 4$ 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때,9 의 배수의 개수는?

① 6 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다. $0, 1, 2, 3, 4$ 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은 $(2, 3, 4)$ 뿐이다. $2, 3, 4$ 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는 $3! = 6$

20. 7 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 에서 서로 다른 5 개의 숫자를 택하여 5 자리의 정수를 만들 때, 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 624 개

해설

4 의 배수이려면 끝의 두자리 수가 4 의 배수이어야 하므로 5 자리 수의 숫자 배열은 다음 중 하나이다.

□□□04 □□□24

□□□12 □□□32

□□□16 □□□36

□□□20 □□□40

□□□52

□□□56

□□□60

□□□64

$\therefore$ 구하는 개수는 $4 \times {}_5P_3 + 8 \times ({}_5P_3 - {}_4P_2) = 240 + 384 = 624$

21. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$

22. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려하고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에
여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

23. something의 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, e와 i사이에 3개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400 ② 16800 ③ 33600

④ 50400 ⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$

e와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2

e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : 5!

${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$

24. A, B, C, D, E의 5개의 문자 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열할 때, A로 시작하는 경우의 수는?

① 12 ② 14 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

B, C, D, E 중 2개를 뽑아 나열하는 경우와 같다.

${}_4P_2 = 12$

25. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

① 120 ② 360 ③ 600 ④ 720 ⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$
나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : $5!$
${}_3P_2 \times 5! = 720$

26. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 $4!$ (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 $3!$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

27. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120 일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$$\frac{n!}{3!} = 120,$$

$$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$$

$$\therefore \ n = 6$$

28. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$ ② $n!$ ③ $(n-1)!$
④ $\frac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $2(n-1)!$

해설

특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우기 위해서는 A와 B의 순서가 항상 고정되어 있어야 한다.
$\times\times$ A $\times\cdots\times$ B $\times\cdots\times$
즉, A와 B의 순서가 바뀔 수 없으므로 A, B를 같은 A로 놓고, 일렬로 나열하는
$\times\times$ A $\times\cdots\times$ A $\times\cdots\times$방법의 수를 구하는 것과 같다.
따라서, 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는 $\frac{n!}{2!}=\frac{n!}{2}$

29. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6 명이 앉는 방법의 수를 남학생 3 명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

30. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, p, r, l은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20 ② 24 ③ 30 ④ 60 ⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 p, r, l을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$\therefore \dfrac{5!}{3!} = 20$

31. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

32. $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 48 개

해설

일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 경우는 다음 두 가지이다.

□□□3□6, □□□6□3

이때, 나머지 네 자리에 1, 2, 4, 5 의 숫자를 배열하는 방법의 수는

각각 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

따라서, 구하는 자연수는 모두 $2 \times 24 = 48$(개) 이다.

33. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 150 ② 171 ③ 180 ④ 187 ⑤ 210

해설

0 이 반드시 포함된 경우라는 것은 0 이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9 가지,
십의 자리 수는 10 가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900 가지
여기에서 여사건인 0 이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1 에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
$\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$

34. 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 여학생 3명 중 적어도 2명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$
여학생 3명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3명을 세우고, 남학생 3명 사이 및 양끝 4개의 자리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$
따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$