1. 수직선 위의 점 $A(-2)$, $B(-1)$, $C(5)$가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 구하면?

① $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=5$
② $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=5$
③ $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=6$
④ $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=6$
⑤ $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$

해설

$\overline{AB}=-1-(-2)=1$
$\overline{BC}=5-(-1)=6$

2. 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,\ -3)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{5}$일 때, 실수 a의 값들의 합은?

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(4-a)^2 + (-3-1)^2} = 4\sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2 - 8a + 32 = 80$, $a^2 - 8a - 48 = 0$

$(a-12)(a+4) = 0$

$\therefore\ a = 12$ 또는 $a = -4$

따라서 구하는 값은 $12 - 4 = 8$

3. 두 점 A $(-5,1)$, B $(3,5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(0,0)$ ② $(0,1)$ ③ $(0,3)$
④ $(0,4)$ ⑤ $(0,-1)$

해설

y 축 위의 점을 Q $(0,a)$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{QB}}$
$\therefore (0+5)^2+(a-1)^2=(0-3)^2+(a-5)^2$
정리하면 $a=1$ $\quad\therefore$ Q $(0,1)$

4. 직선 $x+y=2$ 위에 있고, 두 점 $\mathrm{A}(2,3)$, $\mathrm{B}(3,2)$ 에 이르는 거리가 같은 점 P 의 좌표는?

① $(0,2)$　② $(1,1)$　③ $(2,0)$
④ $(3,-1)$　⑤ $(4,-2)$

해설

점 P 의 좌표를 $\mathrm{P}(a,2-a)$ 로 놓으면

$$\overline{\mathrm{PA}} = \sqrt{(a-2)^2+(2-a-3)^2} = \sqrt{2a^2-2a+5}$$

$$\overline{\mathrm{PB}} = \sqrt{(a-3)^2+(2-a-2)^2} = \sqrt{2a^2-6a+9}$$

그런데 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2$ 에서

$2a^2-2a+5=2a^2-6a+9$

$4a=4$ 에서 $a=1$

$\therefore\ \mathrm{P}(1,\ 1)$

5. 세 점 $A(-1,-1)$, $B(1,-5)$, $C(3,1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

① 이등변삼각형이다.

② 정삼각형이다.

③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

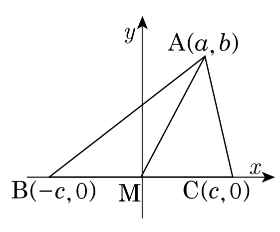
$\overline{AB} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

$\overline{AC} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$

$\triangle ABC$는 $\angle A$가 직각인 직각이등변삼각형

6. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



> 직선 BC를 x축, 중점 M을 지나고 변 BC 에 수직인 직선을 y 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C 의 좌표를 각각
> $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라 하면
> $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (a+c)^2 + b^2 + (a-c)^2 + b^2 =$(가) 이고,
> $\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$
> 따라서 $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 =$(나)
> $\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 =$(다)$(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

위의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① $a^2 + b^2 + c^2, a^2 + b^2 + c^2, 1$

② $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 1$

③ $2(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 2$

④ $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 2$

⑤ $3(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 3$

해설

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 이므로

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

$= \{(-c-a)^2 + (0-b)^2\} + \{(c-a)^2 + (0-b)^2\}$

$= (c^2 + 2ca + a^2 + b^2) + (c^2 - 2ca + a^2 + b^2)$

$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$

$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$ 이므로

$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\,(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

7. 두 점 $\mathrm{A}(-1, 3)$, $\mathrm{B}(6, -2)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표는?

① $\mathrm{P}\left(-\frac{6}{5},\ 0\right)$　② $\mathrm{P}\left(\frac{16}{5},\ \frac{4}{5}\right)$　③ $\mathrm{P}\left(\frac{16}{5},\ -\frac{1}{5}\right)$
④ $\mathrm{P}\left(\frac{3}{5},\ 0\right)$　⑤ $\mathrm{P}\left(\frac{16}{5},\ 0\right)$

해설

내분점의 좌표를 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 라 하면

$$x = \frac{3\times 6 + 2\times(-1)}{3+2} = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{3\times(-2) + 2\times 3}{3+2} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\therefore\ \mathrm{P}\left(\frac{16}{5},\ 0\right)$$