

1. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5)가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 구하면?

① $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$

② $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$

③ $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$

④ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 6$

⑤ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$

해설

$$\overline{AB} = -1 - (-2) = 1$$

$$\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$$

2. 두 점 A(1, 2), B(-2, 6) 사이의 거리는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\{1 - (-2)\}^2 + (2 - 6)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

3. 좌표평면에서 점 A(2, 1) 에 이르는 거리가 각각 $\sqrt{5}$ 인 두 점이 x 축 위에 있다. 이 두 점 사이의 거리는?

① 2

② $2\sqrt{3}$

③ 4

④ $3\sqrt{2}$

⑤ 5

해설

x 축 위의 점을 $P(x, 0)$ 이라 하면 $\overline{AP} = \sqrt{5}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = (x-2)^2 + (-1)^2 = 5, \quad x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 4$

따라서 x 축 위의 두 점은 $(0, 0), (4, 0)$ 이므로 두 점사이의 거리는 4 이다

4. 두 점 $A(-5, -1)$, $B(4, -5)$ 에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$

② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$

③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$

⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $P(a, -a)$ 라 하면, ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$$

$$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$$

$$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$$

$$\Rightarrow 26a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{26}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$$

5. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

- ① 이등변삼각형이다.
- ② 정삼각형이다.
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

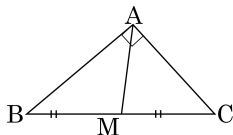
$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

6. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{가} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{나}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{나} = \boxed{다} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= \boxed{가} \left(\boxed{라} \overline{BC}^2 \right) \\ &= \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

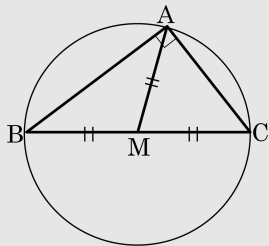
- ① 3, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ② 4, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
 ③ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ ④ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

7. 두 점 A(6, -4), B(1, 1) 을 이은 선분 AB를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 중점의 좌표는?

① (8, -10)

② (8, -8)

③ (8, -6)

④ (10, -8)

⑤ (10, -6)

해설

$$P\left(\frac{2 \times 1 + 3 \times 6}{2 + 3}, \frac{2 \times 1 + 3 \times (-4)}{2 + 3}\right) = (4, -2)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 1 - 3 \times 6}{2 - 3}, \frac{2 \times 1 - 3 \times (-4)}{2 - 3}\right) = (16, -14)$$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4 + 16}{2}, \frac{-2 + (-14)}{2}\right)$$

$$\therefore (10, -8)$$

8. 세 점 $A(3, 4)$, $B(-2, -2)$, C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표가 $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ 일 때, 점 C 의 좌표는?

① $(5, 0)$

② $(-5, 1)$

③ $(5, 1)$

④ $(6, 0)$

⑤ $(-6, 1)$

해설

$C(a, b)$ 라 하면

$$\left(2, \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3 - 2 + a}{3}, \frac{4 - 2 + b}{3}\right)$$

$$\therefore (a, b) = (5, 0)$$

9. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC 의 넓이는 삼각형 BOC 의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.