

1. a, b 는 정수이고 $a \neq 0$ 일 때, 다음 중에서 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은 몇 개인가?

㉠ $\frac{7}{2^2 \times 7^2}$

㉡ $\frac{5}{2^2 \times 3^2}$

㉢ $0.159272\dots$

㉣ π

㉤ $0.89898989\dots$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

유리수는 분수로 나타낼 수 있는 수이며 유한소수, 순환소수, 정수가 포함된다.
㉣, ㉤처럼 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?

① $\frac{2}{11}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{4}{125}$

④ $\frac{5}{55}$

⑤ $\frac{6}{28}$

해설

$\frac{4}{125} = \frac{2^2}{5^3}$ 이므로 유한소수이다.

3. $\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} \times N$ 이 유한소수로 나타내어 질 때, N의 값 중에서 가장 작은 자연수는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 11}$ 이므로 N의 값은 11의 배수가 들어가야 한다.
따라서 가장 작은 수는 11이다.

4. 다음 중 순환마다를 바르게 표현한 것은?

- ① $0.3333\cdots$, 33
- ② $0.454545\cdots$, 45
- ③ $0.252525\cdots$, 252
- ④ $2.417417417\cdots$, 174
- ⑤ $2.145145\cdots$, 214

해설

- ① 3
- ② 45
- ③ 25
- ④ 417
- ⑤ 145

5. $x = 1.\dot{8}2$ 를 분수로 나타내기 위한 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 1.\dot{8}2 \text{ 에서}$$

$$x = 1.82828282 \dots$$

$$100x = 182.8282828 \dots$$

등식의 성질에 의해 $100x - x = 181$ 이라 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

6. $0.\dot{3}2\dot{4} = \square \times 324$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 0.001

② 0.0010

③ 0.001

④ 0.001

⑤ 0.0001

해설

$$0.\dot{3}2\dot{4} = \frac{324}{999} = 324 \times \frac{1}{999} = 324 \times 0.\dot{0}01$$

7. 다음 두 수의 대소 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $3.\dot{0}\dot{8} > 3.\dot{8}$

② $2.\dot{6}\dot{7} > 2.\dot{7}$

③ $4.\dot{9} > 5$

④ $0.\dot{5}0\dot{2} < 0.5\dot{0}$

⑤ $0.0\dot{9} < 0.1$

해설

④ $0.\dot{5}0\dot{2} < 0.5\dot{0}$

8. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 5

③ 15

④ 40

⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

9. $\frac{51}{90}$ 에 어떤 자연수 A 를 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, A 의 값이 될 수 없는것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 6
- ② 5
- ③ 9
- ④ 15
- ⑤ 17

해설

$\frac{51}{90} = \frac{17}{30} = \frac{17}{2 \times 3 \times 5}$
 $\frac{17}{2 \times 3 \times 5} \times A$ 가 유한소수가 되려면 3이 약분되어야 하므로 A 는 3의 배수이어야 한다.
5와 17은 3의 배수가 아니므로 유한소수가 될 수 없다.

10. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}$

② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

11. 기약분수 $\frac{x}{18}$ 를 소수로 나타내면, $0.72222\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 17

해설

④ $0.72222\cdots = 0.7\dot{2} = \frac{72-7}{90} = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}, x = 13$

12. 다음 중 소수점 아래 67번째 자리의 숫자가 가장 큰 것은?

① $5.\dot{4}$

② $0.\dot{3}\dot{8}$

③ $-1.\dot{2}8\dot{3}$

④ $-2.5\dot{7}\dot{1}$

⑤ $4.74\dot{5}$

해설

① $67 = 1 \times 67$ 이므로 $\rightarrow 4$

② $67 = 2 \times 33 + 1$ 이므로 $\rightarrow 3$

③ $67 = 3 \times 22 + 1$ 이므로 $\rightarrow 2$

④ $67 - 1 = 2 \times 33$ 이므로 $\rightarrow 1$

⑤ $67 - 2 = 1 \times 65$ 이므로 $\rightarrow 5$

13. $\frac{35}{111}$ 를 순환소수로 고쳤을 때의 순환마디와 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 차례로 짝지은 것은?

- ① 35, 3 ② 35, 5 ③ 315, 3
④ 315, 1 ⑤ 315, 5

해설

$\frac{35}{111} = \frac{35 \times 9}{111 \times 9} = \frac{315}{999} = 0.\dot{3}1\dot{5}$ 이므로 순환마디는 315 ,
 $50 \div 3 = 16 \cdots 2$ 이므로 50 번째 숫자는 1 이다.

14. 순환소수 $0.3\dot{1}5$ 를 분수로 나타내면 $\frac{208}{a}$ 이다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 660

해설

$$0.3\dot{1}5 = \frac{312}{990} = \frac{104}{330} = \frac{208}{660} \text{ 이므로 } a \text{ 는 } 660 \text{ 이다.}$$

15. 부등식 $0.\dot{9} < x < \frac{38}{15}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$0.\dot{9} = \frac{9}{9} = 1$, $\frac{38}{15} = 2.5333\cdots$ 이므로
 x 는 2이다.

16. x 에 관한 일차방정식 $0.\dot{1} - 0.\dot{07} = 0.0\dot{3}x$ 의 해를 구하면?

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\frac{1}{9} - \frac{7}{99} = \frac{3}{99}x$$

$$\frac{11-7}{99} = \frac{3}{99}x$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

17. 다음을 보고, x 를 구하여라. (단, x 는 자연수)

x 에 $1.\dot{4}\dot{6}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.46 을 곱했더니 정답과 답의 차가 $0.4\dot{6}$ 이 되었다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$x \times 1.\dot{4}\dot{6} - x \times 1.46 = 0.4\dot{6}$$

$$x \times (1.\dot{4}\dot{6} - 1.46) = 0.4\dot{6}$$

$$x \times 0.004\dot{6} = 0.4\dot{6}$$

$$\therefore x = 100$$

18. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$
 $\therefore a = 16, n = 3$
 $\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

19. 자연수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.
이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.
그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.
따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

20. $x = 3.4\dot{5}2$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

- ① 3413 ② 3414 ③ 3415 ④ 3417 ⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x=3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x= \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x=3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

21. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

22. $x = \frac{k}{24}$ (단, x 는 자연수가 아니고, k 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 유한소수가 되기 위한 k 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3}$: 유한소수이려면 k 는 3의 배수
따라서, $33 - 4 = 29$

23. $64 \times 125 \times 256 \times 625$ 는 $n + 1$ 자리 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 64 \times 125 \times 256 \times 625 &= 2^6 \times 5^3 \times 2^8 \times 5^4 \\ &= 2^7 \times (2 \times 5)^7 \\ &= 2^7 \times 10^7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식은 $64 \times 125 \times 256 \times 625 = 128 \times 10^7$ 이므로 10 자리의 자연수이다.

$$\therefore n = 9$$

24. 100 보다 작은 자연수 x 에 대하여, $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{a-x}$ 이 되고, 이 분수는 유한소수이다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 103

해설

$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 과 11 이 약분되어야 하므로 x 는 33 의 배수이다.

$$x = 33 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{4}$$

$$x = 66 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{2}$$

$$x = 99 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{4}$$

기약분수로 나타냈을 때 $\frac{3}{a-x}$ 이므로

$$x = 99 \text{ 이고 } a - x = a - 99 = 4 \text{ 에서}$$

$a = 103$ 이다.

25. $a < b < c < 9$ 인 자연수 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a} \times k = 0.0\dot{b}$, $0.0\dot{b} \times k = 0.00\dot{c}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

$$k = \frac{b}{90} \div \frac{a}{9} = \frac{b}{10a}, k = \frac{c}{900} \div \frac{b}{90} = \frac{c}{10b} \text{ 이므로 } k = \frac{b}{10a} = \frac{c}{10b}$$

이다.

$$\therefore b^2 = ac$$

$0 < a < b < c < 9$ 인 정수이므로, $a = 1, b = 2, c = 4$

$$\therefore 0.\dot{a} = \frac{1}{9}, 0.0\dot{b} = \frac{2}{90}, 0.00\dot{c} = \frac{4}{900}$$

$$\text{따라서 } k = \frac{b}{10a} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$