

1. 다음 식을 바르게 인수분해 한 것은?

$x^2(y-1) + (1-y)$

- ① $(x+y)(x-y)(x+1)$

② $(x+1)(x-y)(y-1)$

③ $(x+1)(y-1)(x+y)$

④ $(x+1)(x-1)(y-1)$

⑤ $x^2(y-1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2(y-1) + (1-y) &= x^2(y-1) - (y-1) \\ &= (x^2-1)(y-1) \\ &= (x+1)(x-1)(y-1) \end{aligned}$$

2. $(x-2y)(x-2y-4z)-12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

- ① $2x-4y+4z$ ② $2x-4y-4z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+4y+4z$ ⑤ $4x-2y-4z$

해설

$x-2y=A$ 라 하면

$$A(A-4z)-12z^2=A^2-4Az-12z^2$$

$$=(A-6z)(A+2z)$$

$$=(x-2y-6z)(x-2y+2z)$$

$$\therefore (x-2y-6z)+(x-2y+2z)=2x-4y-4z$$

3. 다음 중 $(m-1)^2 - (n-1)^2$ 의 인수를 모두 고르면?

- ① $m+n-2$ ② $m+n-1$ ③ $m-n+2$
④ $m-n+1$ ⑤ $m-n$

해설

$$\begin{aligned} m-1 &= A, \quad n-1 = B \text{로 치환하면} \\ (m-1)^2 - (n-1)^2 &= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\ &= (m-1+n-1)(m-1-n+1) \\ &= (m+n-2)(m-n) \end{aligned}$$

4. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

5. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 16$

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x-1)+p \\ &= (x^2+4x+3)(x^2+4x-5)+p \\ & x^2+4x=A \text{ 로 치환하면} \\ & (A+3)(A-5)+p=A^2-2A-15+p=(A-1)^2 \\ & -15+p=1 \\ & \therefore p=16 \end{aligned}$$

6. 다항식 $a^2x + 1 - x - a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x + 1$	㉡ $a + 1$
㉢ $x^2 + 1$	㉣ $a - 1$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

(준식) $= a^2x - a^2 - x + 1$
 $= a^2(x - 1) - (x - 1)$
 $= (a^2 - 1)(x - 1)$
 $= (a + 1)(a - 1)(x - 1)$

7. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\&= (x - z + y)(x - z - y)\end{aligned}$$

8. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= a^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= 0 \\ \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} &= 0 \end{aligned}$$

이때 a, b, c 는 실수이므로

$$\therefore a = b = c$$
$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$

9. $30\left(\frac{2^2-1}{2^2}\right)\left(\frac{3^2-1}{3^2}\right)\left(\frac{4^2-1}{4^2}\right)\cdots\left(\frac{10^2-1}{10^2}\right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \\ &\quad \cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right) \\ &= 30\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right) \\ &\quad \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right) \\ &= 30\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right) \\ &\quad \times\cdots\times\left(\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\right) \\ &= 30\times\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{33}{2} \end{aligned}$$

10. 양수 a, b 에 대하여. $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$a + b = X, ab = Y \text{ 로 치환하면}$$

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10 \text{ 이다.}$$

11. $c = \sqrt{4} - 2a - 3b$ 일 때, $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab + 6bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{4} - 2a - 3b \text{ 에서 } 2a + 3b + c = \sqrt{4} \\ \therefore 4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 6bc - 4ca \\ &= (2a)^2 + (3b)^2 + c^2 \\ &\quad + 2(2a)(3b) + 2(3b)(-c) + 2(-c)(2a) \\ &= (2a + 3b - c)^2 \\ &= (\sqrt{4})^2 = 4 \end{aligned}$$

12. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3+2x^2-3xy+x-6y+2 \\ &= x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2 \\ &= (x+2)(x^2-3y+1) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=2$ 이므로
 $a+b=3$ 이다.