

1. 다음 식을 바르게 인수분해 한 것은?

$$x^2(y-1) + (1-y)$$

① $(x+y)(x-y)(x+1)$

② $(x+1)(x-y)(y-1)$

③ $(x+1)(y-1)(x+y)$

④ $(x+1)(x-1)(y-1)$

⑤ $x^2(y-1)$

해설

$$\begin{aligned}x^2(y-1) + (1-y) &= x^2(y-1) - (y-1) \\&= (x^2-1)(y-1) \\&= (x+1)(x-1)(y-1)\end{aligned}$$

2. $(x - 2y)(x - 2y - 4z) - 12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x - 4y + 4z$

② $2x - 4y - 4z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 4y + 4z$

⑤ $4x - 2y - 4z$

해설

$x - 2y = A$ 라 하면

$$A(A - 4z) - 12z^2 = A^2 - 4Az - 12z^2$$

$$= (A - 6z)(A + 2z)$$

$$= (x - 2y - 6z)(x - 2y + 2z)$$

$$\therefore (x - 2y - 6z) + (x - 2y + 2z) = 2x - 4y - 4z$$

3. 다음 중 $(m-1)^2 - (n-1)^2$ 의 인수를 모두 고르면?

① $m + n - 2$

② $m + n - 1$

③ $m - n + 2$

④ $m - n + 1$

⑤ $m - n$

해설

$m - 1 = A$, $n - 1 = B$ 로 치환하면

$$(m-1)^2 - (n-1)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (m-1+n-1)(m-1-n+1)$$

$$= (m+n-2)(m-n)$$

4. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2 - 1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

5. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 16$

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p \\ = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 5) + p\end{aligned}$$

$x^2 + 4x = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(A+3)(A-5) + p &= A^2 - 2A - 15 + p = (A-1)^2 \\ -15 + p &= 1\end{aligned}$$

$$\therefore p = 16$$

6. 다항식 $a^2x + 1 - x - a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x + 1$

㉡ $a + 1$

㉢ $x^2 + 1$

㉣ $a - 1$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2x - a^2 - x + 1 \\&= a^2(x - 1) - (x - 1) \\&= (a^2 - 1)(x - 1) \\&= (a + 1)(a - 1)(x - 1)\end{aligned}$$

7. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\&= (x - z + y)(x - z - y)\end{aligned}$$

8. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$

9. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

10. 양수 a, b 에 대하여. $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$a + b = X$, $ab = Y$ 로 치환하면

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

따라서 $a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10$ 이다.

11. $c = \sqrt{4} - 2a - 3b$ 일 때, $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab + 6bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}c &= \sqrt{4} - 2a - 3b \text{ 에서 } 2a + 3b + c = \sqrt{4} \\ \therefore 4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 6bc - 4ca \\ &= (2a)^2 + (3b)^2 + c^2 \\ &\quad + 2(2a)(3b) + 2(3b)(-c) + 2(-c)(2a) \\ &= (2a + 3b - c)^2 \\ &= (\sqrt{4})^2 = 4\end{aligned}$$

12. 밑면의 넓이가 $x^2 - 3y + 1$ 인 직육면체의 부피가 $x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2 \\ &= x^2(x + 2) - 3y(x + 2) + x + 2 \\ &= (x + 2)(x^2 - 3y + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로
 $a + b = 3$ 이다.