

1. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} -x + 1 < 4 \\ 4x + 2 < -10 \end{cases}$ 의 해는?

① $x < -3$

② $x = -3$

③ $x > -3$

④ $-3 < x < 3$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $-x + 1 < 4, x > -3$

(ii) $4x + 2 < -10, x < -3$

따라서 해가 없다.

3. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

4. 1 부터 30 까지의 자연수 중 3 의 배수이지만 4 의 배수가 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 7, n(A \cap B) = 2$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 2 = 8$

5. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

6. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

(가) 1 바로 다음에는 3 이다.

(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.

(다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 3 이다.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 13가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로 13 가지이다.

7. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이고, $a < 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이다. 이러한 성질을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha < 0, \beta < 0$$

$$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = -\sqrt{\alpha\beta}$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = (\alpha + \beta) + 2\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$$

$$= (\alpha + \beta) - 2 \cdot \sqrt{\alpha\beta} = -3 - 2 \cdot 1 = -5$$

8. 분모와 분자의 합이 55 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 3 이었다. 이 기약분수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{41}$

▷ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

$$0.3 \leq \frac{55-x}{x} < 0.4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.3x \leq 55-x \\ 55-x < 0.4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{550}{13} \\ x > \frac{550}{14} \end{cases}$$

$$\frac{550}{14} < x \leq \frac{550}{13} \text{ 인 정수 : } x = 40, 41, 42$$

$x = 40$ 일 때 $\frac{15}{40}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$$x = 41 \text{ 일 때 } \frac{14}{41}$$

$$x = 42 \text{ 일 때 } \frac{13}{42}$$

따라서 기약분수는 $\frac{14}{41}, \frac{13}{42}$ 이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는

$\{2, 4, 6, 8\}$, $\{2, 4, 6, 10\}$, $\{2, 4, 8, 10\}$, $\{2, 6, 8, 10\}$,
 $\{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B^C) \cup (B - A) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A - B = B$

② $A^C \cap B^C = \emptyset$

③ $A = B$

④ $A^C = \emptyset$

⑤ $A \cup B^C = \emptyset$

해설

$(A \cap B^C) \cup (B - A) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이므로 $A - B = \emptyset$,
 $B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

11. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

12. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$$

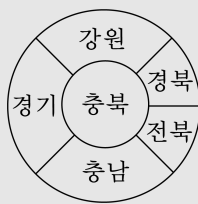
13. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(☒)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?



- ① 32 가지 ② 56 가지 ③ 72 가지
 ④ 96 가지 ⑤ 118 가지

해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
 충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
 전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 강원도에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
 그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
 $\therefore$ 96 가지

14. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{n+2}C_4 = 11 {}_n C_2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $n = 10$

해설

$${}_{n+2}C_4 = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1},$$

$${}_n C_2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \text{ 이므로 조건식은}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 11 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

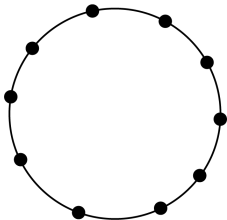
$$(n+2)(n+1) = 12 \cdot 11$$

$$\therefore (n-10)(n+13) = 0$$

$$n+13 \neq 0 \text{ 이므로 } n-10 = 0$$

$$\therefore n = 10$$

15. 다음 그림과 같이 원주 위에 10 개의 점이 있다. 이 중에서 2 개의 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 l , 3 개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 m , 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 사각형의 개수를 n 이라 할 때, $l + m + n$ 의 값은?



① 315

② 330

③ 345

④ 360

⑤ 375

해설

원주 위의 10 개의 점은 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로,

$$l = {}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$m = {}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

$$n = {}_{10}C_4 = \frac{10!}{4!6!} = 210$$

$$\therefore l + m + n = 375$$

16. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 과일을 1 개, 2 개, 3 개로 나누어 세 학생에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 360가지

해설

나눈 후 배열하는 방법까지 고려한다.

$$\Rightarrow {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$$

17. 자연수 $N = 5 \cdot 29^3 + 15 \cdot 29^2 + 15 \cdot 29 + 5$ 의 양의 약수의 개수는?

① 20 개

② 40 개

③ 60 개

④ 80 개

⑤ 100 개

해설

주어진 N 의 값을 직접 계산하여 다시 소인수분해 하기는 너무 복잡하므로,

주어진 수들을 하나의 문자로 생각하여 5로 묶으면

$$N = 5(29^3 + 3 \cdot 29^2 + 3 \cdot 29 + 1)$$

$$= 5(29 + 1)^3$$

$$= 5 \cdot 30^3$$

$$= 5 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^3$$

$$= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4$$

따라서 N 의 양의 약수의 개수는

$$(3 + 1)(3 + 1)(4 + 1) = 80$$

18. $x^4 + 2x^3 + (a-1)x^2 - 2x - a = 0$ 의 네 근이 모두 실수가 되도록 실수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^4 + 2x^3 + (a-1)x^2 - 2x - a = 0$ 에서 $x = 1, x = -1$ 일 때
성립하므로

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x-1)(x+1)(x^2 + 2x + a) = 0$$

따라서 모두 실근이 되려면

$$x^2 + 2x + a = 0 \text{의 } \frac{D}{4} \geq 0 \text{이어야 하므로}$$

$$1^2 - 1 \cdot a \geq 0 \quad \therefore a \leq 1$$

따라서 a 의 최댓값은 1이다.

19. 삼차방정식 $x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + (4a+1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$ ② $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$
 ③ $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$ ④ $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$
 ⑤ $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

$f(x) = x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + 4a+1$ 이라 하면
 $f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $(x-1)$ 을 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2a+3 & -6a-5 & 4a+1 \\ & & 1 & 2a+4 & -4a-1 \\ \hline & 1 & 2a+4 & -4a-1 & 0 \end{array}$$

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$(x-1) \{x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1\} = 0$$

(i) $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x \neq 1$ 인 경우

$$D = 0 \text{이므로, } a^2 + 8a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$$

(ii) $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + 2(a+2) - 4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

(i), (ii)에서 $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$

20. x 에 대한 이차함수 $y = (a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3$ 의 값이 모든 실수 x 에 대하여 항상 양이 되는 실수 a 의 값의 집합을 A 라 하고, 항상 음이 되는 실수 a 의 값의 집합을 B 라 할 때, $A \cup B$ 는?

① $\{a \mid a < 6\}$

② $\{a \mid a \leq 6\}$

③ $\{a \mid 3 < a < 6\}$

④ $\{a \mid 3 \leq a \leq 6\}$

⑤ $\{a \mid a > 3\}$

해설

$y = (a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3$ 이 이차함수이므로 $a \neq 3$ 이 때, 이차방정식 $(a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하자.

(i) 항상 양일 경우

모든 실수 x 에 대하여 항상 $y > 0$ 이라면 $a-3 > 0$, 즉 $a > 3$ 이고

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) < 0$$

$$(a-3)(a-3-3) < 0, (a-3)(a-6) < 0$$

$$\therefore 3 < a < 6$$

$$\therefore A = \{a \mid 3 < a < 6\}$$

(ii) 항상 음일 경우

모든 실수 x 에 대하여 항상 $y < 0$ 이라면 $a-3 < 0$, 즉 $a < 3$ 이고

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) < 0$$

$$(a-3)(a-3-3) < 0, (a-3)(a-6) < 0$$

$$\therefore 3 < a < 6$$

$$\therefore B = \emptyset$$

(i), (ii)에서 $A \cup B = \{a \mid 3 < a < 6\}$

21. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시키는 것을 A , y 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을 B , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을 C , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을 D 라 하자. 직선 $2x + y + 1 = 0$ 을 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단, $A \rightarrow B$ 는 A 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시 B 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x + y - 1 = 0$ ③ $x + 2y - 1 = 0$

④ $x + 2y + 1 = 0$ ⑤ $x - 2y - 1 = 0$

해설

$2x + y + 1 = 0$ 을 A (x 축 대칭)하면 $2x - y + 1 = 0$

B (y 축 대칭)하면 $-2x - y + 1 = 0$

C (원점 대칭)하면 $2x + y + 1 = 0$ 이므로

$A \rightarrow B \rightarrow C$, $C \rightarrow B \rightarrow A$ 에 의하여 도형은 자기 자신으로 옮겨진다.

$2x + y + 1 = 0$ 을 D (직선 $y = x$ 대칭)하면 $2y + x + 1 = 0$

$\therefore x + 2y + 1 = 0$

22. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{0\}$

② $\{0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$

④ $\{0, 1, 2, 3\}$

⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$
이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

23. 두 집합 $A = \{1, 6, 3, a\}$, $B = \{1, 5, 3, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 옳은 것은?

① $b - a = 1$

② $A \neq B$

③ $a = 2$

④ $b \notin A$

⑤ $a = 6$

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함되어야 하므로 $6 = b$ 이고,
 a 는 1, 3, 5, 6 중 하나지만 이미 집합 A 에 1, 3, 6 이 존재하므로
 $a = 5$ 이고 $A = B$ 이다.
따라서 $b - a = 6 - 5 = 1$ 이다.

24. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

① 거짓 : (반례) $x = -2, y = -1$ 일 때,
 $xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.

② 거짓 : (반례) $x = -2, y = 3$ 일 때,
 $x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.

③ 거짓 : (반례) $x = 2, y = -2$ 일 때,
 $2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.

④ $|x - 1| \leq |x - 3|$ 의 양변을 제곱하면
 $x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그
역이 모두 참이다.

⑤ 명제 ' $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ ' 은 참이지만, 그의
역 ' $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ ' 은 거짓이다.

25. x^8 을 $x-2$ 로 나눌 때의 몫과 나머지가 각각 $q_1(x)$, $\sqrt{r_1}$ 이고, $q_1(x)$ 를 $x-2$ 로 나눌 때의 몫과 나머지가 각각 $q_2(x)$, $\sqrt{r_2}$ 일 때, $\frac{r_2}{r_1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

③ 16

④ 21

⑤ 64

해설

$$x^8 = (x-2)q_1(x) + \sqrt{r_1} \dots\dots ①$$

$$q_1(x) = (x-2)q_2(x) + \sqrt{r_2} \dots\dots ②$$

①에서 $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$\sqrt{r_1} = 2^8, r_1 = 2^{16}$$

$$\begin{aligned} \text{또, } q_1(x) &= \frac{x^8 - \sqrt{r_1}}{x-2} = \frac{x^8 - 2^8}{x-2} \\ &= (x^7 + 2x^6 + \dots + 2^7) \end{aligned}$$

②에서 $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$q_1(2) = \sqrt{r_2}, r_2 = \{q_1(2)\}^2$$

$$\text{그런데 } q_1(2) = 8 \cdot 2^7 = 2^{10}$$

$$\therefore r_2 = 2^{20}$$

$$\text{따라서, } \frac{r_2}{r_1} = \frac{2^{20}}{2^{16}} = 2^4 = 16$$

26. 두 다항식 $x^3 + x^2 + x + 3 + m$, $x^2 - x + m$ 이 서로소가 아닐 때, 상수 m 의 값을 구하면?

① -1, 2

② -2, 3

③ -1, 2

④ -1, 3

⑤ -2, 2

해설

서로소가 아니라는 것은 일차이상의 공약수가 존재한다는 뜻이다.

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 3 + m \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$g(x) = x^2 - x + m \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

으로 놓으면

$$f(x) - g(x) = x^3 + 2x + 3 = (x+1)(x^2 - x + 3)$$

㉠과 ㉡이 서로소가 아니므로 ㉠과 ㉡의 최대공약수는 $x+1$ 또는 $x^2 - x + 3$ 이다.

(i) $x+1$ 이 최대공약수일 때, $m = -2$

(ii) $x^2 - x + 3$ 이 최대공약수일 때, 이 식과 $g(x)$ 는 서로 같아야 하므로 $m = 3$

(i), (ii)에서 $m = -2$ 또는 3

27. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

(집합 B 의 갯수)

$= (U \text{의 부분집합의 갯수}) -$

(A 의 원소를 포함하지 않는 U 의 부분집합의 갯수)

$$= 2^5 - 2^{5-x}$$

$$= 32 - 2^{5-x} = 24$$

$$\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$$

따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.

28. N 을 자연수의 집합이라 할 때, 함수 $f : N \rightarrow N \cup \{0\}$ 이

$$(i) \ p \text{ 가 소수이면 } f(p) = 1$$

$$(ii) \ f(mn) = nf(m) + mf(n)$$

을 만족시킨다고 한다. 이 때, $f(2^{2002})$ 의 값은?

① $2001 \cdot 2^{2001}$

② $2001 \cdot 2^{2002}$

③ $2002 \cdot 2^{2001}$

④ $2002 \cdot 2^{2002}$

⑤ $2003 \cdot 2^{2001}$

해설

$f(mn) = nf(m) + mf(n)$ 에서 양변을 mn 으로 나누면

$$\frac{f(mn)}{mn} = \frac{f(m)}{m} + \frac{f(n)}{n}$$

$$\frac{f(2^{2002})}{2^{2002}} = \frac{f(2)}{2} + \frac{f(2^{2001})}{2^{2001}}$$

$$= \frac{1}{2} + \left\{ \frac{f(2)}{2} + \frac{f(2^{2000})}{2^{2000}} \right\}$$

$\vdots$

$$= 2002 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(2^{2002}) = 2002 \cdot 2^{2001}$$

29. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 는 우함수, $g(x)$ 는 기함수이고, $f(4) = 1$, $g(1) = -3$ 일 때, $f(-4) + g(-1)$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$f(x)$ 는 우함수이므로 $f(-4) = f(4) = 1$ $g(x)$ 는 기함수이므로

$$g(-1) = -g(1) = 3$$

$$\therefore f(-4) + g(-1) = 1 + 3 = 4$$

30. $\frac{1}{2} < \frac{17}{a} < 1$ 을 만족하고, 기약분수 $\frac{17}{a}$ 이 유한소수가 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은?

① 25

② 32

③ 77

④ 85

⑤ 100

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{17}{a} < 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{17}{34} < \frac{17}{a} < \frac{17}{17} \text{ 이므로}$$

$$17 < a < 34$$

이 중에서 $\frac{17}{a}$ 가 유한소수가 되게하는 정수는

20, 25, 32이므로

$$20 + 25 + 32 = 77$$