

1. 방정식 $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

2. 다음 보기는 방정식 $(ax - 1)a = x - 1$ 의 해에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 해가 없다.
- ㉡ $a = 1$ 이면 오직 하나의 해를 갖는다.
- ㉢ $a \neq \pm 1$ 이 아니면 해는 무수히 많다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$(ax - 1)a = x - 1$ 에서
 $(a^2 - 1)x = a - 1$
 $(a - 1)(a + 1)x = a - 1$
㉠ $a = -1$ 이면 $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다.
㉡ $a = 1$ 이면 $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.
㉢ $a \neq \pm 1$ 이면 $x = \frac{1}{a + 1}$
따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

3. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 해가 3 또는 b 라 할 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$x = 3$ 이 $x^2 + 2x + a = 0$ 의 근이므로

$$3^2 + 2 \cdot 3 - a = 0 \quad \therefore a = 15$$

$\therefore a = 15$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 + 2x - 15 = 0, (x + 5)(x - 3) = 0$$

따라서 $x = -5$ 또는 $x = 3$ 이므로 $b = -5$

$$\therefore a + b = 15 + (-5) = 10$$

5. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

6. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로

$x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$

주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$

따라서 다른 한 근은 $x = -1$

7. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

㉠ $x^2 + ax + b = 0$

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 이 만족하려면 $b > 0, a < 0$

㉠ $x^2 + ax + b = 0, D = a^2 - 4b$

$b \leq \frac{a^2}{4}$ 일 때만 실근 존재

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

$D = b^2 - 4a > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

$D = 1 - 4ab > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

$D = a^2 - 4b^2, a^2 \geq 4b^2$ 일 때만 실근 존재

8. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\tiny{\Gamma}}$ $x^2 + 2x + 1 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Delta}}$ $x^2 + 2x + 4 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Xi}}$ $x^2 + 4x + 2 = 0$

- ① $\textcircled{\tiny{\Gamma}}$

② $\textcircled{\tiny{\Delta}}$

③ $\textcircled{\tiny{\Xi}}$

④ $\textcircled{\tiny{\Gamma}}, \textcircled{\tiny{\Xi}}$

⑤ $\textcircled{\tiny{\Delta}}, \textcircled{\tiny{\Xi}}$

해설

$\textcircled{\tiny{\Gamma}}$ $(x + 1)^2 = 0$: 중근

$\textcircled{\tiny{\Delta}}$ $a = 1, b' = 1, c = 4$
 $1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0$: 허근

$\textcircled{\tiny{\Xi}}$ $a = 1, b' = 2, c = 2$
 $2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0$: 서로 다른 두 실근 (○)

9. x 에 대한 방정식 $ax^2 + 2x - a - 2 = 0$ 의 근을 판별하면? (단, a 는 실수)
- ① 오직 한 실근을 갖는다.
 - ② 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ③ 중근을 갖는다.
 - ④ 실근을 갖는다.
 - ⑤ 허근을 갖는다.

해설

(i) $a = 0$ 일 때 : $x = \frac{a+2}{2}$

(ii) $a \neq 0$ 일 때 : 판별식을 구한다.

$$D' = 1 + a(a+2) = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$$

$\therefore$ 주어진 방정식은 실근을 갖는다

10. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의 x 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$
- ㉡ $x^2 - ax - b = 0$
- ㉢ $x^2 + 2(a + b)x + (a^2 + b^2) = 0$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로 $a < 0, b < 0$
㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서
 $D = b^2 - 4a > 0$
㉡ $x^2 - ax - b = 0$ 에서
 $D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.
㉢ $x^2 + 2(a + b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$

11. $x^2 + 2\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}x + \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} = 0$ 의 근을 판별하면?
(단, a, b, c 는 서로 다른 양의 실수이다.)

- ① 서로 다른 두 허근
- ② 서로 다른 두 실근
- ③ 서로 같은 두 실근
- ④ 서로 다른 두 허근
- ⑤ 한 근은 실근, 한 근은 허근

해설

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{bc}} - \frac{1}{\sqrt{ca}} \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{bc}} - \frac{1}{\sqrt{ca}} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \right\} > 0 \end{aligned}$$

따라서 서로 두 실근을 갖는다.

(단, $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$ 일 때 중근)

12. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x - a + b = 0$ 이 중근을 가질 때 $x^2 - 2(a-1)x + a^2 + 3b = 5a - 4$ 의 근을 판별하면?

① 중근

② 한 실근과 한 허근

③ 서로 다른 두 실근

④ 서로 같은 두 실근

⑤ 서로 다른 두 허근

해설

이차방정식 $x^2 - 4x - a + b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D' = 4 + a - b = 0$$

$$\therefore b = a + 4$$

$$x^2 - 2(a - 1)x + a^2 + 3b = 5a - 4$$

$$x^2 - 2(a-1)x + a^2 - 2a + 16 = 0$$

$$D' = (a-1)^2 - (a^2 - 2a + 16) = -15 < 0$$

∴ 주어진 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

13. x 에 대한 2차 방정식 $x^2 - 2ax + a^2 + ka - 2k + b = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 2

④ -2

⑤ 15

해설

중근이면 판별식이 0이다.

$$\Rightarrow D' = a^2 - (a^2 + ka - 2k + b) = 0$$

$$-ka + 2k - b = 0$$

$$k(2 - a) - b = 0$$

$$\therefore a = 2 \quad b = 0 \quad a + b = 2$$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + ka - 2k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 가지도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

중근을 가지려면 판별식은 0이다.

$$D' = 2^2 - (ka - 2k + b) = 0$$

$$\Rightarrow (2 - a)k + 4 - b = 0$$

모든 k 에 대하여 성립하려면

$$a = 2, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6$$

15. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $mx^2+2(a-b-m)x-a+m+1=0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 a, b 의 값은?
- ① $a = -1, b = 0$

② $a = -1, b = -1$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = 1, b = 1$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때,
 $m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면
 $D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$
$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$

이 때, 이 등식이 m 의 값에 관계없이
항상 성립해야 하므로
 m 에 대하여 정리하면

$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$
$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면
 $a = 1, b = 1$

16. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

17. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 27 - 9 = 18$$

18. 이차방정식 $x^2 + 5(a-1)x - 24a = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 실수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 근을 $\alpha = 2k$, $\beta = 3k$ 라고 하면

$$\alpha + \beta = 2k + 3k = -5(a-1)$$

$$\alpha\beta = 2k \times 3k = -24a$$

$$\therefore k = 1-a, \quad k^2 = -4a$$

$a = 1-k$ 를 대입하면

$$k^2 + 4(1-k) = k^2 - 4k + 4 = (k-2)^2 = 0$$

$$\therefore k = 2$$

$$\therefore a = -1$$

해설

19. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면

다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

20. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2k^2 - k = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, k 의 값을 구하면?

㉠ $\frac{3}{2}, -1$
㉡ $\frac{1}{2}, -3$

㉢ $-\frac{3}{2}, 1$
㉣ $-\frac{1}{2}, 3$

㉤ $\frac{3}{2}, 1$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 두근의 차는 $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ 주어진 방정식의 두근의 차는

$$\sqrt{16 - 8k^2 + 4k} = 2$$

$$4k - 8k^2 + 16 = 4$$

$$2k^2 - k - 3 = 0$$

$$(k + 1)(2k - 3) = 0$$

$$\therefore k = -1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

21. x 에 대한 방정식 $x^2 + 2ax + a^2 - 2a + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 근이 α, β 일 때,
 $\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a^2 - 2a + 3$
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $\quad = (-2a)^2 - 4(a^2 - 2a + 3)$
 $\quad = 8a - 12$
 $|\alpha - \beta| = 2$ 이므로,
 $8a - 12 = 4 \quad \therefore a = 2$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 풀 때, a 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, b 를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?
- ① $x = -1$ 또는 $x = -2$ ② $x = -1$ 또는 $x = 2$
③ $x = 0$ 또는 $x = 2$ ④ $x = 1$ 또는 $x = 2$
⑤ $x = 2$ 또는 $x = 3$

해설

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 에서
(i) 처음에는 x 의 계수 a 를 잘못 보고,
상수항 b 를 바르게 보았으므로, 두 근 $\frac{1}{2}$, 4의 곱은 옳다.
따라서 $b = 2$
(ii) 두 번째는 상수항 b 를 잘못 보고, x 의 계수 a 를 바르게 보았으므로
두 근 -2, 5의 합은 옳다.
따라서 $a = 3$,
 $\therefore$ 주어진 이차방정식은
 $x^2 - 3x + 2 = 0$, $(x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

23. 갑, 을 두 학생이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데, 갑은 이차항의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $1 \pm \sqrt{6}$ 을 얻었고, 을은 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $-\frac{1}{3}, 1$ 을 얻었다. 이 이차방정식의 올바른 근을 구하여 더하면 얼마인가?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

먼저 갑이 푼 이차식의 형태를 알아보자.

갑이 푼 이차식을 $a'x^2 + bx + c = 0$ 라 하면

$$-\frac{b}{a'} = 1 + \sqrt{6} + 1 - \sqrt{6} = 2,$$

$$\frac{c}{a'} = (1 + \sqrt{6})(1 - \sqrt{6}) = -5 \text{ 이므로}$$

갑이 푼 이차식은 위의 값들을 대입해 정리하면

$x^2 - 2x - 5 = 0$ 의 실수배 형태인 것을 알 수 있다.

같은 방법으로 을이 푼 이차식을 알아보면

$$-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}, \frac{c'}{a} = -\frac{1}{3} \text{ 으로}$$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 실수배임을 알 수 있다.

b 값은 둘 다 잘못보고 풀지 않았는데 구한 식의 원형 2개가 b 값이 일치하므로

$a = 3, c = -5$ 임을 알 수 있고 b 는 -2 임을 알 수 있다.

따라서 원래 식에서 두 근의 합은 $\frac{2}{3}$ 이다.

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우
 a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은
 $\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$
(ii) c 를 잘못 본 경우
 a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은
 $-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$
(i), (ii)에서 주어진 방정식은
 $ax^2 - 3ax + 2a = 0$
 $a \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$
따라서 근의 합은 3이다.

25. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - kx - 2k = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. $\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}$ (단, $\alpha > 0$)일 때, 유리수 k 의 값은?

① -12

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 12

해설

$x^2 - kx - 2k = 0$ 의 두 근이 α, β

$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = -2k$

$\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}, \alpha = \sqrt{5} + 1$

한 근이 $1 + \sqrt{5}$ 이면 β 는 $1 - \sqrt{5}$

$\therefore \alpha + \beta = 2 = k$

26. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3} \text{ 이므로,}$$

$$\text{두 근은 } 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$$

$$p = -(\text{두근의 합}) = -4$$

$$q = (\text{두근의 곱}) = 1$$

$$\therefore p + q = -3$$

27. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, \quad b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -2, \quad ab = -12$$

28. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면
 $x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$
근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면
$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$
$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$
큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$
그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$ 이므로
가장 가까운 정수는 8이다.

29. 다음 방정식을 풀면?

$$(2 - \sqrt{3})x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$$

① $x = -1$ 또는 $-\sqrt{3}$

② $x = -1$ 또는 $-2 + \sqrt{3}$

③ $x = -1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

④ $x = 1$ 또는 $2 - \sqrt{3}$

⑤ $x = 1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$x^2 - (1 + \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$(x + 1) \{x - (2 + \sqrt{3})\} = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 + \sqrt{3}$$

30. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (1+3i)x - 2(1+i) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(1+3i)x - 2(1+i)(1+i) = 0$$

$$2x^2 + (4i-2)x - 2(2i) = 0$$

$$x^2 + (2i-1)x - 2i = 0$$

$$(x+2i)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -2i \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (-2i)^2 + 1^2 = -3$$

31. 이차방정식 $x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a < 1$

② $a \geq 1$

③ $-1 < a < 1$

④ $a > 1$

⑤ $a \geq -1$

해설

$x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이
서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는
판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 1 - (2 - a) > 0$$

$$1 - 2 + a > 0$$

$$\therefore a > 1$$

32. x 에 대한 이차방정식 $x^2 = k(x - 2) + a$ 가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 실근을 갖기 위한 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a \geq -2$

② $a \geq 4$

③ $a \leq 4$

④ $a \geq -4$

⑤ $a \geq 2$

해설

주어진 이차방정식을 정리하면

$$x^2 - kx + (2k - a) = 0$$

실근을 가지려면 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$$k^2 - 4(2k - a) \geq 0$$

$$k^2 - 8k + 4a \geq 0$$

위 부등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(k - 4)^2 + 4a - 16 \geq 0$$

실수 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

판별식 $\frac{D}{4} \leq 0$ 이거나,

$$4a - 16 \geq 0 (\because (k - 4)^2 \geq 0) \text{ 이어야 한다.}$$

따라서 $a \geq 4$

33. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0 \\ \therefore x &= 2, y = 4 \\ \therefore x + y &= 6 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= 0 \text{이 실근을 가지므로} \\ D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) &\geq 0 \\ y^2 - 8y + 16 &\leq 0 \\ (y - 4)^2 &\leq 0, y = 4 \\ \text{준식에 대입하면 } x &= 2 \\ \text{따라서 } x + y &= 6 \end{aligned}$$