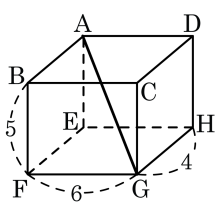
1. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{77}$

해설

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 25 + 36} = \sqrt{77}$

2. 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?

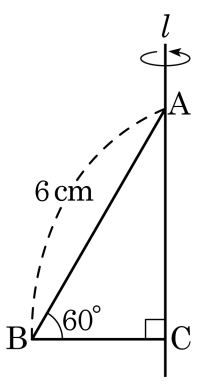
① $6\sqrt{2}$cm ② $6\sqrt{3}$cm ③ 36cm

④ $36\sqrt{6}$cm ⑤ 108cm

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로 구하는 길이는 $6\sqrt{3}$cm 이다.

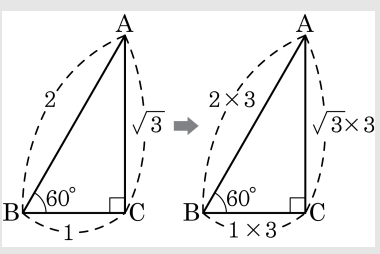
3. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면? (단, $\overline{AB}=6$, $\angle B=60°$, $\angle C=90°$)



① $\sqrt{3}\pi$ ② $3\sqrt{3}\pi$ ③ $9\sqrt{3}\pi$

④ $18\sqrt{3}\pi$ ⑤ $27\sqrt{3}\pi$

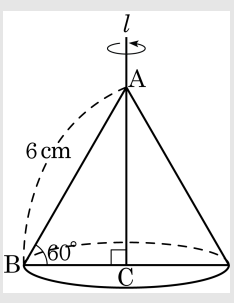
해설



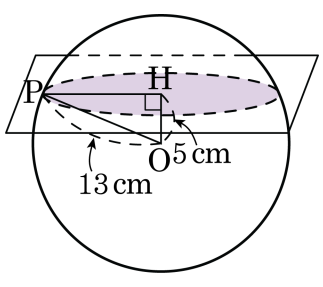
$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$ 에서 $6:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=3,\ \overline{AC}=3\sqrt{3}$

따라서 입체도형의 부피는 $\frac{1}{3}\times 3^2\times\pi\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ 이다.



4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13 cm 인 구를 중심 O 에서 5 cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 지름은?

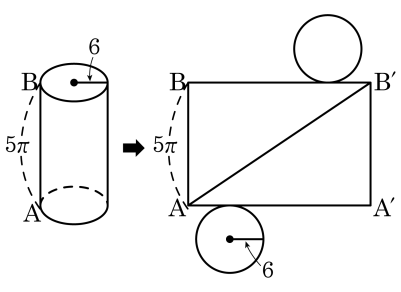


① 20 cm ② 22 cm ③ 24 cm ④ 26 cm ⑤ 30 cm

해설

$\overline{PH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$
반지름이 12 cm 이므로 지름은 24 cm 이다.

5. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 이고 높이가 5π 인 원기둥에서 A 지점에서 B 지점까지 실을 한 번 감을 때, A 에서 B 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 밑면의 둘레와 최단 거리를 바르게 구한 것은?



① 10π, 12π ② 10π, 13π ③ 12π, 13π

④ 12π, 15π ⑤ 15π, 20π

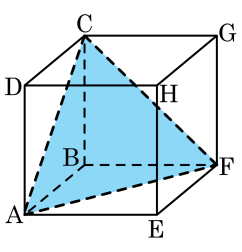
해설

i) 밑면의 반지름의 길이가 6 이므로 밑면의 둘레는 $2\pi\times6 = 12\pi$

ii) 최단 거리는 직각삼각형 AA′B′ 의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\sqrt{(12\pi)^2+(5\pi)^2} = \sqrt{(144+25)\pi^2}$$
$$= \sqrt{169\pi^2} = 13\pi$$

6. 다음 그림과 같은 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$ 일 때, 색칠한 삼각형의 넓이는?

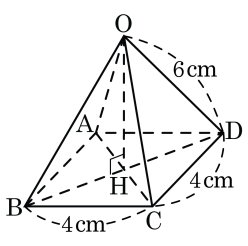


① $28\sqrt{3}$ ② $29\sqrt{3}$ ③ $30\sqrt{3}$
④ $31\sqrt{3}$ ⑤ $32\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$ $\therefore a = 8$
정육면체의 한 모서리의 길이가 8 이므로
$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 8\sqrt{2}$
$\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로 넓이는
$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3}$

7. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 4 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 6 cm 인 정사각뿔 O – ABCD 가 있다. 이 정사각뿔의 부피를 구하면?

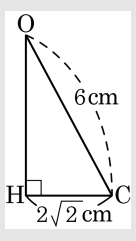


① $16\sqrt{7}\,\text{cm}^3$ ② $32\sqrt{7}\,\text{cm}^3$ ③ $\frac{16\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^3$

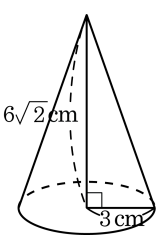
④ $\frac{28\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^3$ ⑤ $\frac{32\sqrt{7}}{3}\,\text{cm}^3$

해설

$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$ cm 이므로 $V = 16 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{7}}{3}(\text{cm}^3)$ 이다.



8. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3cm, 높이가 $6\sqrt{2}$cm 인 원뿔을 전개했을 때, 생기는 부채꼴의 중심각의 크기는?



① $90°$ ② $120°$ ③ $144°$ ④ $150°$ ⑤ $216°$

해설

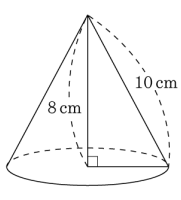
중심각의 크기를 x 라 두자.

$\overline{AB} = \sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2 + 3^2} = 9$

원뿔을 전개해보면 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같다.

$2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3 \quad \therefore x = 120°$

9. 다음 그림과 같이 높이가 8cm , 모선의 길이가 10cm 인 원뿔이 있다. 겉넓이와 부피를 각각 구하면?



① 겉넓이 : $94\pi\text{cm}^2$, 부피 : $94\pi\text{cm}^3$

② 겉넓이 : $94\pi\text{cm}^2$, 부피 : $96\pi\text{cm}^3$

③ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $94\pi\text{cm}^3$

④ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $96\pi\text{cm}^3$

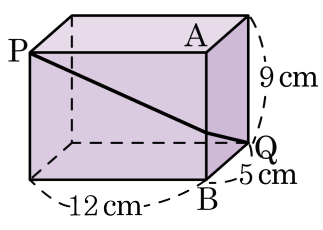
⑤ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $98\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름은 6cm 이므로

$$(\text{겉넓이}) = \frac{1}{2} \times 12\pi \times 10 + 36\pi$$
$$= 60\pi + 36\pi = 96\pi(\text{cm}^2)$$
$$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 8$$
$$= 96\pi(\text{cm}^3)$$

10. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 P 에서 모서리 AB 를 지나 점 Q 에 이르는 가장 짧은 거리는?



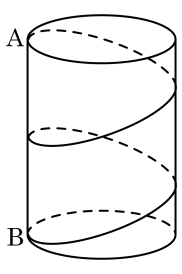
① 11 cm ② $\sqrt{83}$ cm ③ $\sqrt{161}$ cm

④ $\sqrt{321}$ cm ⑤ $\sqrt{370}$ cm

해설

$\therefore \sqrt{9^2+17^2} = \sqrt{370}(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 3 cm , 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 팽팽하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

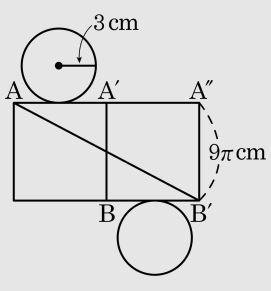


▶ 답 : cm

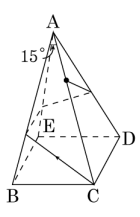
▷ 정답 : 15π cm

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi$(cm) 이고, $\overline{AA}$ 은 12π (cm) 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225}\pi = 15\pi$(cm)



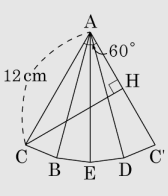
12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $5\sqrt{3}\text{cm}$

④ $6\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설

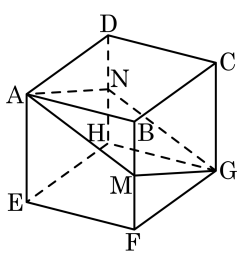


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH} = 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $100\,\mathrm{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

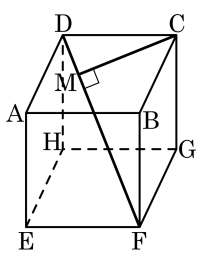
(마름모의 넓이) = (대각선) × (대각선) × $\frac{1}{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{MN} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}$ (cm)

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}$ (cm^2) 이다.

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{CM}$ 의 길이는?



① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

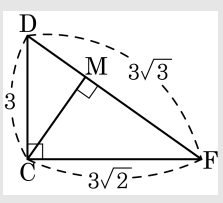
해설

$\overline{DF} = 3\sqrt{3}$, $\overline{CF} = 3\sqrt{2}$, $\overline{DC} = 3$

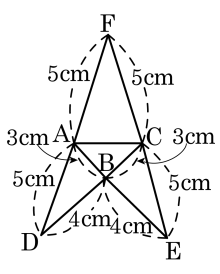
△DCF 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{DC} \times \overline{CF} = \overline{DF} \times \overline{CM}$ 이므로

$\overline{CM} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$

$\therefore \overline{CM} = \sqrt{6}$



15. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

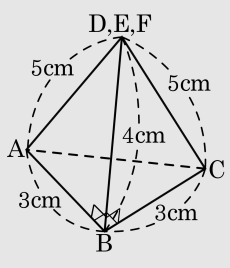


▶ 답:

▷ 정답: 6

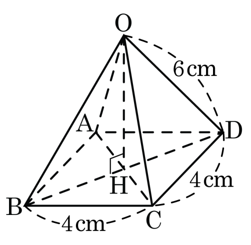
해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90°$ 인 직각삼각형이다.



$$(\text{삼각뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6$$

16. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변이 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 $6\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{OHD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $2\sqrt{14}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square\mathrm{ABCD}$ 가 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

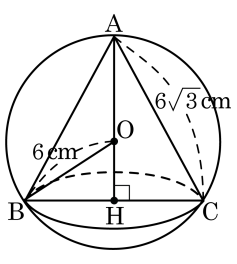
$\overline{\mathrm{DH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{OHD}$ 의 넓이는

$S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = 2\sqrt{14}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $84\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $87\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $90\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $93\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle OBH$ 에서 $\overline{BH}^2 = 6^2 - \overline{OH}^2 \cdots$ ㉠

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{BH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{OH})^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{OH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{OH})^2$

$12\overline{OH} = 36 \quad \therefore \overline{OH} = 3\,(\mathrm{cm})$

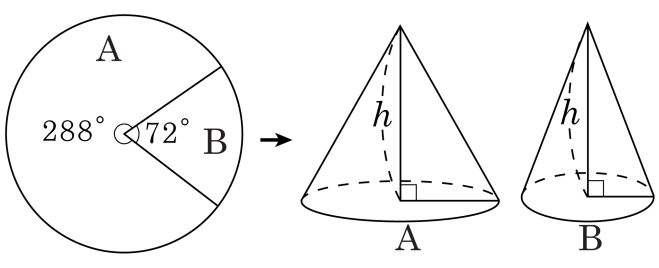
㉠에서 $\overline{BH}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

$\therefore \overline{BH} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6+3) = 81\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.

18. 반지름의 길이가 10 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 288°, 72° 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 부피를 각각 x, y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

i) 호의 길이와 밑면의 둘레

A : $20\pi \times \frac{288°}{360°} = 16\pi$

$\therefore r_A = 8$

B : $20\pi \times \frac{72°}{360°} = 4\pi$

$\therefore r_B = 2$

ii) 원뿔의 높이

A : 모선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 8

$h_A = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$

B : 선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 2

$h_B = \sqrt{100-4} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

iii) 원뿔의 부피

A : 밑면의 반지름의 길이는 8 , 높이는 6

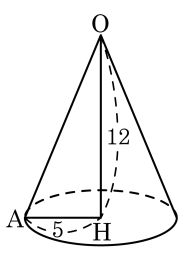
$V_A = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6 = x$

B : 밑면의 반지름의 길이는 2 , 높이는 $4\sqrt{6}$

$V_B = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6} = y$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6}{\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = \frac{24\sqrt{6}}{6} = 4\sqrt{6}$

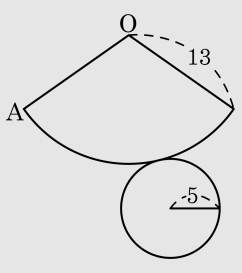
19. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 5, 높이가 12 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답:

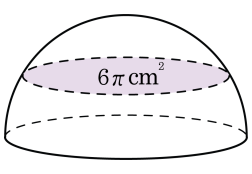
▷ 정답: 90π

해설



$\triangle OAH$ 에서
$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$, $\overline{OA} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$
밑면의 반지름의 길이가 5 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$
전개도에서 옆면은 부채꼴이므로
(옆면의 넓이)
$= \frac{1}{2} \times$ (부채꼴의 반지름) $\times$ (호의 길이)
$= \frac{1}{2} \times 13 \times 10\pi$
$= 65\pi$
$\therefore$ (겉넓이) $= 65\pi + 25\pi = 90\pi$

20. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



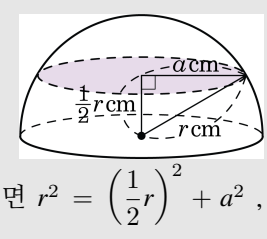
① $6\pi\,\text{cm}^2$ ② $12\pi\,\text{cm}^2$ ③ $18\pi\,\text{cm}^2$

④ $24\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

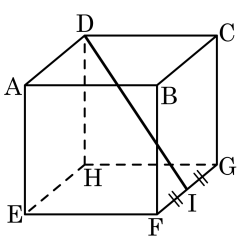
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ $+$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\,\text{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\,\text{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\,\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 cm 인 정육면체의 모서리 FG 의 중점을 I 라 할 때, $\overline{DI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

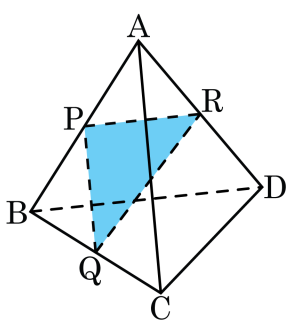
△HIG 에서 $\overline{GI} = 1\,(\text{cm})$ 이므로

$\overline{HI} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}\,(\text{cm})$

△DHI 에서

$\overline{DI} = \sqrt{2^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{9} = 3\,(\text{cm})$

22. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 15 인 정사면체 A−BCD 에서 모서리 AB, BC, AD 의 중점을 각각 P, Q, R 이라 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{225}{8}$

해설

$\overline{PR} = \overline{PQ} = \frac{15}{2}$

$\triangle RBC$ 는 $\overline{BR} = \overline{RC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle RQC = 90°$ 이다.

따라서 $\overline{BR}$ 과 $\overline{RC}$ 은 각각 정삼각형 ABD 와 ACD 의 높이이므로 $\overline{RC} = \overline{BR} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 = \frac{15}{2}\sqrt{3}$ 이고

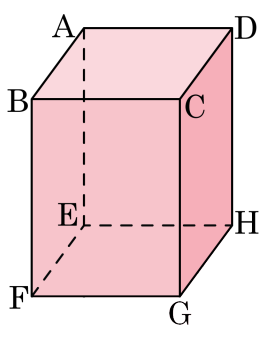
$\overline{BQ} = \frac{15}{2}$ 이므로

$\overline{RQ} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15}{2}\sqrt{2}$

$\overline{PR^2} + \overline{PQ^2} = \overline{RQ^2}$ 이므로 $\triangle PRQ$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} = \frac{225}{8}$

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체의 한 점 A 에서 겉면을 따라 점 G 에 이르는 최단 거리와 대각선 AG 의 차를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{13} - \sqrt{34}$

해설

구하는 최단 거리는 다음 세 가지의 경우 중 한 가지이다.

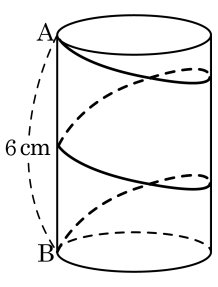
$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$

$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$

$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

따라서 최단 거리는 $2\sqrt{13}$ 이고,
대각선 $AG = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34}$ 이다.
따라서 최단 거리와 대각선 AG 의 차는 $2\sqrt{13} - \sqrt{34}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



① $\frac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\frac{2}{\pi}$ cm
④ $\frac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm

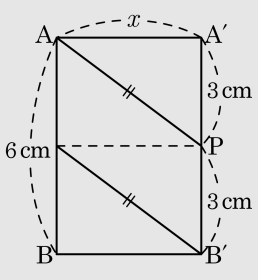
해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{AP}$

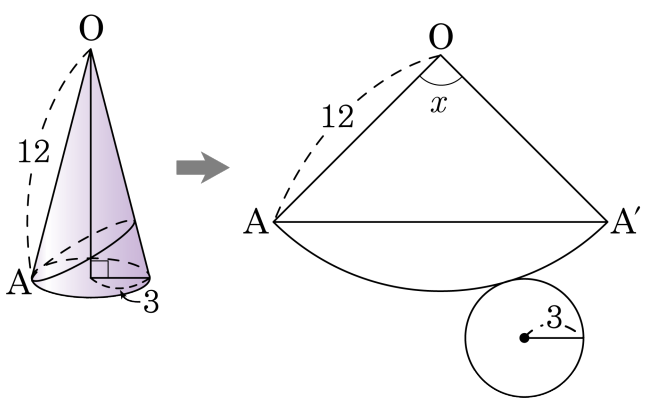
$\overline{AP} = 5$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$

$\therefore\ x = 4$ (cm) ($\because\ x > 0$), $2\pi r = 4$

$\therefore\ r = \frac{2}{\pi}$ (cm)



25. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 이고, 밑면의 원의 반지름의 길이가 3 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 중심각 x 의 크기와 최단거리가 바르게 짝지어진 것은?



① $60°,\ 12\text{cm}$ ② $60°,\ 12\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $90°, 12\text{cm}$

④ $90°,\ 12\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $120°,\ 12\text{cm}$

해설

전개도에서 점 A와 A′ 사이의 최단 거리는 선분 AA′이다.
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 x는

$x = \frac{3}{12} \times 360° = 90°$,

최단거리 $\overline{AA'} = 12\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.