

1. $\log_{(x-1)}(-x^2 + 4x - 3)$ 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $1 < x < 2, 2 < x < 3$

② $1 < x \leq 2, 2 < x < 3$

③ $1 < x < 2, 2 < x \leq 3$

④ $1 < x < 2, 2 \leq x < 3$

⑤ $1 < x < 3, 3 < x < 4$

해설

밑 : $x - 1 > 0, x - 1 \neq 1 \cdots \textcircled{1}$

진수 : $-x^2 + 4x - 3 > 0$

$x^2 - 4x + 3 < 0$

$(x - 1)(x - 3) < 0, 1 < x < 3 \cdots \textcircled{2}$

따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 동시에 만족시키는 x 의 값의 범위는

$\therefore 1 < x < 2, 2 < x < 3$

2. $\log_2(x-3)^2$ 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

- ① $x < 3$ ② $x \geq 3$ ③ $x \neq 3$ ④ $x \geq 4$ ⑤ $x \neq 4$

해설

$(x-3)^2 > 0$ 로부터 $x \neq 3$

3. $\log_2(\log_8 x) = -1$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$\log_2(\log_8 x) = -1$ 에서

$$\log_8 x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

4. $(\log_2 3 + 2 \log_4 7) \log_{\sqrt[4]{21}} 8$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 12

④ $4 \log_2 3$

⑤ $6 \log_2 5$

해설

밑의 변환 공식을 이용하여 밑을 같게 한 후 계산한다.

$$\begin{aligned} & (\log_2 3 + 2 \log_4 7) \log_{\sqrt[4]{21}} 8 \\ &= \left(\log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{\log_2 4} \right) \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 \sqrt[4]{21}} \\ &= \left(\log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{\log_2 2^2} \right) \cdot \frac{\log_2 2^3}{\log_2 21^{\frac{1}{4}}} \\ &= \left(\log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{2 \log_2 2} \right) \cdot \frac{3 \log_2 2}{\frac{1}{4} \log_2 21} \\ &= (\log_2 3 + \log_2 7) \cdot \frac{12}{\log_2 21} \\ &= \log_2 21 \cdot \frac{12}{\log_2 21} = 12 \end{aligned}$$

5. $\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8} &= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{2\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\log_3 64} \\ &= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^6 = 12\end{aligned}$$

6. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_4 \{x^2 - (a-1)x + 4\}$ 의 값이 존재하기 위한 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 < a < 5$ ② $-3 \leq a \leq 5$ ③ $-1 < a < 1$
④ $1 < a < 3$ ⑤ $3 \leq a \leq 5$

해설

진수의 조건에서 $x^2 - (a-1)x + 4 > 0$

방정식 $x^2 - (a-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 16 < 0$$

$$a^2 - 2a - 15 < 0$$

$$(a+3)(a-5) < 0$$

$$\therefore -3 < a < 5$$

7. $\log_{10}(1+1) + \log_{10}\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_{10}\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_{10}\left(1 + \frac{1}{99}\right)$
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \log_{10} 2 + \log_{10} \frac{3}{2} + \log_{10} \frac{4}{3} + \cdots + \log_{10} \frac{100}{99} \\&= \log_{10} \left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{100}{99} \right) \\&= \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2\end{aligned}$$

8. $\log\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{9}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{16}\right) + \cdots + \log\left(1 - \frac{1}{64}\right)$ 을 간단히 하면?

- ① $2\log 3 - 4\log 2$ ② $3\log 2 - 2\log 3$
③ $3\log 3 - 4\log 2$ ④ $4\log 2 - 3\log 3$
⑤ $4\log 3 - 2\log 2$

해설

$$1 - \frac{1}{n^2} = \frac{(n-1)(n+1)}{n^2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \log \frac{1 \cdot 3}{2^2} \times \frac{2 \cdot 4}{3^2} \times \cdots \times \frac{7 \cdot 9}{8^2} \\ &= \log \frac{1}{2} \times \frac{9}{8} = \log \frac{9}{16} \\ &= \log 9 - \log 16 \\ &= 2\log 3 - 4\log 2 \end{aligned}$$