

1. $-9a^3b + 6a^2b$ 의 인수가 아닌 것은?

① a^2b

② ab^2

③ $-3b$

④ $-3ab$

⑤ $3a - 2$

해설

$$-9a^3b + 6a^2b = -3a^2b(3a - 2)$$

2. 다항식 $-81 + x^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - 9)^2$

② $(x + 9)^2$

③ $(x - 9)(x + 9)$

④ $-(x + 9)(x - 9)$

⑤ $(9 - x)(9 + x)$

해설

$$-81 + x^2 = x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x + 9)(x - 9)$$

3. $(x+5)(x-6)+10$ 을 인수분해하면?

① $(x-2)(x+10)$

② $(x+2)(x-10)$

③ $(x+2)(x+10)$

④ $(x-4)(x+5)$

⑤ $(x+4)(x-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x+5)(x-6)+10 &= x^2 - x - 30 + 10 \\ &= x^2 - x - 20 \\ &= (x+4)(x-5)\end{aligned}$$

4. 다항식 $x^2 + 4x - 12$ 이 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 4$

해설

$$x^2 + 4x - 12 = (x + 6)(x - 2)$$

$$\therefore (\text{일차식의 합}) = x + 6 + x - 2 = 2x + 4$$

5. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $2x^2 + 3x - 2$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 + 7x + 6$

④ $x^2 + x - 6$

⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

① $(x + 2)(2x - 1)$

② $(x - 2)(x + 2)$

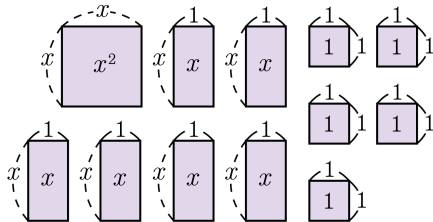
③ $(x + 2)(2x + 3)$

④ $(x - 2)(x + 3)$

⑤ $(x + 2)(3x + 1)$

∴ 공통인 인수 $(x + 2)$ 를 갖지 않는 것은 ④이다.

6. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은?



① $2x$

② $2x + 1$

③ $2x + 2$

④ $2x + 3$

⑤ $2x + 6$

해설

넓이의 합은 $x^2 + 6x + 5 = (x + 5)(x + 1)$ 이므로
변의 길이가 각각 $x + 5$, $x + 1$ 인 직사각형이다.
따라서 가로와 세로의 합은 $2x + 6$ 이다.

7. $(x+y)(x+y+2)-3$ 을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(x+y-3)$

② $(x+y-1)(x+y-3)$

③ $(x+y-1)(x+y+3)$

④ $(x+y+1)(x+y+3)$

⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$x+y=A$ 라고 놓으면,

$$A(A+2)-3 = A^2 + 2A - 3$$

$$= (A-1)(A+3)$$

$$= (x+y-1)(x+y+3)$$

8. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &= (x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{ 라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8

④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$

② $x+4$

③ x^2+6x+8

⑤ x^2+6x+4

9. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

㉠ $a^2 + 1$

㉡ $a^2 - 1$

㉢ $a + 1$

㉤ $a - 1$

㉦ $a^3 + 1$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned}a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a - 1) - (a - 1) \\&= (a^2 - 1)(a - 1) \\&= (a - 1)^2(a + 1)\end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수인 것은 ㉡, ㉢, ㉤이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

10. $n = 93$ 일 때, $\sqrt{n^2 + 14n + 49}$ 의 값은?

① 100

② 107

③ 142

④ 158

⑤ 170

해설

$$\sqrt{(n+7)^2} = n+7 = 93+7 = 100$$

11. $4x^2 + ax + 16 = (bx + c)^2$ 에서 $a + b + c$ 의 값은? (단, $b > 0$, $c < 0$)

① -7

② -10

③ -12

④ -15

⑤ -18

해설

$$4x^2 + ax + 16 = (2x - 4)^2 \text{ 이므로}$$

$$a = -16, b = 2, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -16 + 2 - 4 = -18$$

12. 다음 보기에서 $a - b - c + d$ 의 값을 구하여라.

보기

㉠ $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + a)$

㉡ $2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 3)(x + b)$

㉢ $(x + c)(x - c) = x^2 - 9 \ (c > 0)$

㉤ $-2x^2 - 16x - 32 = -2(x + d)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

㉠ $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5) \therefore a = 5$

㉡ $2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 3)(x + 2) \therefore b = 2$

㉢ $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9 \therefore c = 3$

㉤ $-2x^2 - 16x - 32 = -2(x + 4)^2 \therefore d = 4$

따라서 $a = 5, b = 2, c = 3, d = 4$ 이므로 $a - b - c + d = 4$ 이다.

13. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$(x-3)(x+a)-2 = (x+\alpha)(x+\beta)$$

$$x^2 + (a-3)x - 3a - 2 = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

$$\begin{cases} a-3 = \alpha+\beta & \cdots\cdots\cdots \textcircled{㉠} \\ -3a-2 = \alpha\beta & \cdots\cdots\cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠의 $a = \alpha + \beta + 3$ 을 ㉡에 대입하면

$$-3\alpha - 3\beta - 9 - 2 = \alpha\beta$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 9 = -2$$

$$(\alpha+3)(\beta+3) = -2$$

$\alpha+3 = \pm 1$ 일 때, $\beta+3 = \mp 2$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (-2, -5), (-4, -1)$$

$a = \alpha + \beta + 3$ 이므로

따라서 $a = -4$ 또는 -2 이다.

14. $(x+3)(x-a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x+3)(x-a)-2 = (x+\alpha)(x+\beta)$$

$$x^2 - (a-3)x - 3a - 2 = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

$$\begin{cases} -a+3 = \alpha+\beta & \cdots\cdots\cdots \textcircled{㉠} \\ -3a-2 = \alpha\beta & \cdots\cdots\cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠의 $a = 3 - \alpha - \beta$ 를 ㉡에 대입하면 $3\alpha + 3\beta - 9 - 2 = \alpha\beta$

$$\alpha\beta - 3\alpha - 3\beta + 9 = -2$$

$$(\alpha-3)(\beta-3) = -2$$

$\alpha-3 = \pm 1$ 일 때, $\beta-3 = \mp 2$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (4, 1), (2, 5)$$

$$a = 3 - \alpha - \beta \text{ 이므로}$$

$$a = -2 \text{ 또는 } -4$$

$$\therefore -2 - 4 = -6$$

15. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고

$(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.

(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2 - 22x + 24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2 - 18x - 21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.

$$\text{따라서 } 3x^2 - 18x + 24 = 3(x-2)(x-4)$$

$$\therefore a=3, b=2, c=4$$

$$\therefore a+b+c=9$$

16. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 - 1$

④ $y - 2$

⑤ $y + 2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2y + 2x^2 - y - 2 \\&= x^2(y + 2) - (y + 2) \\&= (x^2 - 1)(y + 2) \\&= (x + 1)(x - 1)(y + 2)\end{aligned}$$

17. $-3a^2 + 12b^2 = k(ma + nb)(ma - nb)$ 일 때, 세 정수 k, m, n 의 곱 kmn 의 값은?(단, $n > 0$)

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} -3a^2 + 12b^2 &= -3(a^2 - 4b^2) \\ &= -3(a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$$

$$k = -3, m = 1, n = 2$$

$$\therefore kmn = -3 \times 1 \times 2 = -6$$

18. $(x+y)(x+y+6)+9$ 를 치환을 이용하여 인수분해하면?

① $(x+y+3)^2$

② $(x+y-3)^2$

③ $(x-y-3)^2$

④ $(x+y+3)(x+y-3)$

⑤ $(x+y+3)(x-y-3)$

해설

$x+y=A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A+6)+9$$

$$= A^2 + 6A + 9 = (A+3)^2$$

$$= (x+y+3)^2$$

19. $(3x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = (5x + a)(x + b)$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 5

② -1

③ -6

④ -10

⑤ -12

해설

$$(3x + 1 + 2x - 3)(3x + 1 - 2x + 3) = (5x - 2)(x + 4)$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore a - b = -6$$

20. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\} \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore a &= 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore a + b + c &= 2 \end{aligned}$$

21. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a-1)(b-1)(c+1)$

② $(a+1)(b-1)(c-1)$

③ $(a+1)(b+1)(c+1)$

④ $(a-1)(b+1)(c-1)$

⑤ $(a-1)(b-1)(c-1)$

해설

$$\begin{aligned} & abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 \\ &= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1) \\ &= (a+1)(bc + b + c + 1) \\ &= (a+1)(b+1)(c+1) \end{aligned}$$

22. $99^2 - 1 = 100 \times 98$ 임을 설명하는데 가장 알맞은 인수분해 공식은?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$99^2 - 1 = 99^2 - 1^2 = (99 + 1)(99 - 1) = 100 \times 98$$

23. $x = -1 + \sqrt{3}$ 일 때, $4x^2 + 8x + 4$ 의 값을 구하면?

① 10

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$x + 1 = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$4x^2 + 8x + 4 = 4(x^2 + 2x + 1)$$

$$= 4(x + 1)^2$$

$$= 4(\sqrt{3})^2$$

$$= 12$$

24. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x - 3 = \sqrt{3}$$

양변에 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 3$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

25. 다음 조건을 만족할 때, $x^3 + x + y + x^2y + 4$ 의 값을 구하여라.

$$x = \sqrt{3}, x + y - 4 = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$x = \sqrt{3}, x + y = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} x^3 + x + y + x^2y + 4 &= x^2(x + y) + (x + y) + 4 \\ &= (x + y)(x^2 + 1) + 4 \\ &= 4 \times (3 + 1) + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

26. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4

② 9

③ 81

④ 90

⑤ 94

해설

$Ax^2 + 36x + B = 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2$ 이므로 $A = 4, B = 81, C = 9$ 이다.

따라서 $A + B + C = 4 + 81 + 9 = 94$ 이다.

27. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$

$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

① 16, 6, 3

② 8, 6, 3

③ 16, 3, 6

④ 8, 3, 6

⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$

$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$

$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

28. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

① $-xy$

② $2x - xy$

③ $2x + xy$

④ $2y - xy$

⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

29. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

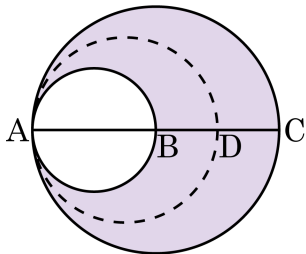
▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$

30. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$

31. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉤ $x^2 - 4x + 4$

㉥ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉤ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉥ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

32. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

33. $\frac{2009^3 + 1}{2008 \times 2009 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2010

해설

2009 = x 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{x^3 + 1}{(x - 1) \times x + 1} &= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 = 2009 + 1 = 2010\end{aligned}$$

34. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

① 2

② 4

③ 5

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 \end{aligned}$$

35. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{a - 1} \\&= \frac{(a - 1)^2 + 2}{a - 1} \\&= \frac{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2}{1 + \sqrt{2} - 1} \\&= \frac{(\sqrt{2})^2 + 2}{\sqrt{2}} \\&= \frac{2 + 2}{\sqrt{2}} \\&= \frac{4}{\sqrt{2}} \\&= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

36. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

$$= (t-2)(3t+4)$$

$$= (a+2-2) \{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$$

$$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

37. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

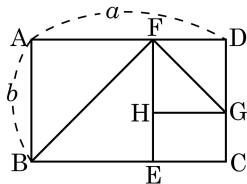
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

38. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로

$$\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$$

남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.

따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.

39. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

40. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ 14

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

41. 식 $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ 을 완전제곱식의 형태로 바꾼다면 $(pa + qb)^2$ 이라고 할 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $p = \frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 &= \left(\frac{1}{2}a - b\right) \left(\frac{1}{2}a - b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)^2\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

42. $A = 4x + 2$, $B = 6x^2 - 5x - 4$ 이고 $\frac{B}{A} = ax + b$ 로 나타내어 질 때, ab 의 값을 구하면?

① -3

② -5

③ -7

④ -8

⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{B}{A} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} \\&= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{4x + 2} \\&= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{2(2x + 1)} \\&= \frac{3x - 4}{2} = ax + b\end{aligned}$$

$$a = \frac{3}{2}, \quad b = -\frac{4}{2} = -2$$

$$\therefore ab = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$$

43. 양수 a, b, c 에 대하여 $A = a + b + ab$, $B = b + c + bc$, $C = c + a + ca$ 이고, $A + B + C = 33$, $A - B + C = -1$, $A + B - C = 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b + c = 8$

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \cdots \textcircled{㉠} \\ A - B + C = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \\ A + B - C = 11 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2B = 34$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2C = 22$$

$$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2A = 10$$

$$\therefore A = 5, B = 17, C = 11 \text{ 이므로}$$

$$5 = a + b + ab \text{ 에서 } (a + 1)(b + 1) = 6$$

$$17 = b + c + bc \text{ 에서 } (b + 1)(c + 1) = 18$$

$$11 = c + a + ca \text{ 에서 } (c + 1)(a + 1) = 12$$

세 식을 모두 곱하면

$$\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$$

$$\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 36$$

$$c + 1 = 6, c = 5$$

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

44. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a + b = 9$ 가 되는 경우는

$(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)$

$\therefore (k \text{의 최댓값}) = 4 \times 5 = 20$

45. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

① -15

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, \quad b = 2$$

$$2c + 3b = -4, \quad c = -5$$

$$-a = 3c = -15, \quad a = 15$$

46. $\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$a+1 = A$, $b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2 + B^2}{AB} = -2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = 0, (A+B)^2 = 0$$

$$A+B = a+b+2 = 0$$

$$\therefore a+b = -2$$

47. 다항식 $x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + 2y^2 + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + (2y + 1)(y + 1) \\ &= (x - 2y - 1)(x - y - 1) \\ &\therefore (-1) + (-1) = -2 \end{aligned}$$

48. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$(a-1)^2 - 4b^2 = 33 \text{ 에서}$$

$$(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$$

$a > 2b > 0$ 이므로

$$33 \times 1 = 33 \text{ 또는 } 11 \times 3 = 33$$

따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2개 존재한다.

49. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \quad 6ab + 2 = -4, \quad a > b$$

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \quad 6ab + 2 = -4, \quad a > b \text{ 에서}$$

$$ab = -1, \quad a^2 + b^2 = 7$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9$$

$$\therefore a - b = 3$$

$$\therefore (a - b - 1)^2$$

$$= a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab$$

$$= 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4$$

50. $a-b=3ab$ 일 때, $\frac{3a^2b-3ab^2-7a^2b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{ab(3a-3b-7ab)}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab\{3(a-b)-7ab\}}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab(9ab-7ab)}{(3ab)^2} \\&= \frac{2a^2b^2}{9a^2b^2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$