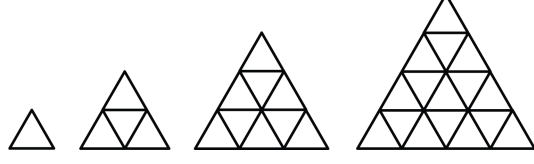


1. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6 배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30개 ② 32개 ③ 34개 ④ 36개 ⑤ 38개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

$\vdots$

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4) = 1 : 2$ 가 성립할 때, $a_1 : a_4$ 는?(단, $a_1 \neq 0$ 이다.)

① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4)$$

$$= (a_1 + a_1 + d) : (a_1 + 2d + a_1 + 3d) = 1 : 2$$

$$2a_1 + 5d = 4a_1 + 2d \quad \therefore 2a_1 = 3d$$

$$\therefore a_1 : a_4 = a_1 : (a_1 + 3d) = a_1 : 3a_1 = 1 : 3$$

3. 이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$

$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

5. $a_5 = 31$, $a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 31$$

$$a_{11} = a + 10d = 13$$

$$6d = -18$$

$$d = -3$$

$$\therefore a = 31 + 4 \cdot 3 = 43$$

$$\therefore a_n = 43 + (n - 1) \times (-3)$$

$$= -3n + 46$$

$-3n + 46 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$46 < 3n$$

$$15.\dot{\times} < n$$

$$\therefore n = 16$$

6. 두 수 2와 12 사이에 8개의 수를 넣어서 만든 수열 $2, a_1, a_2, \dots, a_8, 12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\begin{aligned} & 2 + a_1 + \dots + a_8 + 12 \\ &= \frac{10(2 + 12)}{2} = 70 \\ &\therefore a_1 + \dots + a_8 = 70 - 14 = 56 \end{aligned}$$

7. 100 이하의 자연수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수의 합은?

① 1600 ② 1620 ③ 1650 ④ 1680 ⑤ 1700

해설

조건을 만족시키는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열하면 2, 5, 8, $\dots$, 98이고 이것은 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룬다.

이 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 일반항 a_n 은

$$a_n = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1$$

이때, 끝항 98은 $3n - 1 = 98$ 에서 $n = 33$ 이므로 98은 제 33항이다.

따라서 구하는 합을 S 라 하면

$$S = \frac{33(2 + 98)}{2} = 33 \cdot 50 = 1650$$

8. 첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음 음수가 되는가?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은

$$\frac{n\{2 \cdot 45 + (n-1) \cdot (-4)\}}{2} = n(47-2n)$$

$$n(47-2n) < 0 \text{에서 } n < 0 \text{ 또는 } n > \frac{47}{2}$$

$$n > 0 \text{이므로 } n > \frac{47}{2} = 23.5$$

따라서 주어진 수열은 첫째항부터 제 24항까지의 합이 처음으로 음수가 된다.

9. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

- ① n
- ② $3n - 2$
- ③ $2n + 1$
- ④ n^2
- ⑤ $(n + 1)^2$

해설

$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$
 $\therefore a_n = n^2$

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$, $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은?

① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

해설

공차를 d 라 하면 $a_1 + a_2 = 11$ 에서 $a_1 + \{a_1 + (2-1)d\} = 11$
 $\therefore 2a_1 + d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$
 $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 에서 $(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 54$
 $\therefore a_1 + 3d = 18 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a_1 = 3, d = 5$
 $\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 5 = 48$

11. 등차수열 $-3, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, 21$ 에 대하여 $x_4 + x_5$ 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

주어진 등차수열의 공차를 d 라고 하면 21은 제 9항이므로
 $21 = -3 + 8d \quad \therefore d = 3$
따라서, 주어진 수열은 첫째항이 -3 , 공차가 3인 등차수열이고,
 x_4, x_5 은 각각 제 5항, 제 6항이므로
 $x_4 = -3 + (5 - 1) \cdot 3 = 9$
 $x_5 = -3 + (6 - 1) \cdot 3 = 12$
따라서 $x_4 + x_5$ 은 21이다.

12. 두 수 $2p + 1$ 과 $2p + 5$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2p + 1, p^2, 2p + 5$ 가 등차수열을 이루므로 $p^2 = \frac{(2p + 1) + (2p + 5)}{2}$

$$2p^2 = 4p + 6, p^2 - 2p - 3 = 0$$

$$(p + 1)(p - 3) = 0$$

따라서 $p = -1$ 또는 $p = 3$

이때, p 는 양수이므로 $p = 3$

13. 등차수열을 이루는 세 수의 합이 12이고, 곱이 28일 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

등차수열을 이루는 세 수를 $a-b$, a , $a+b$ 라 하면 세 수의 합이 12이므로

$$(a-b) + a + (a+b) = 12, 3a = 12$$

$$\therefore a = 4$$

또한 세 수의 곱이 28이므로

$$(4-d) \times 4 \times (4+d) = 28, 16-d^2 = 7$$

$$d^2 = 9 \therefore d = \pm 3$$

따라서 구하는 세 수는 1, 4, 7이므로 이 중 가장 큰 수는 7이다.

14. $a_5 = 27$, $a_{11} = 15$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 27$$

$$a_{11} = a + 10d = 15$$

연립하여 풀면 $d = -2$, $a = 35$

$$\therefore a_n = 35 + (n - 1) \times (-2) = -2n + 37$$

$-2n + 37 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$37 < 2n, \quad 18.5 < n$$

$$\therefore n = 19$$

$\therefore \{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은 a_{19} 이다.

15. 등차수열 $30, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, -10$ 의 합이 210이 되도록 공차 d 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

첫째항이 30, 끝항이 -10 이고 항수가 $n+2$ 인 등차수열의 합이 210이므로

$$\frac{(n+2)\{30+(-10)\}}{2} = 210$$

$$n+2=21 \quad \therefore n=19$$

따라서 끝항은 주어진 수열의 제 21 항이므로

$$-10 = 30 + (21-1)d \quad \therefore d = -2$$

16. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^2 - n$ 으로 표시되는 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

(i) $n \geq 2$ 일 때

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (n^2 - n) - \{(n-1)^2 - (n-1)\}$$

$$= 2n - 2$$

(ii) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 1^2 - 1 = 0$

(i), (ii)에서 $a_n = 2n - 2$ ($n \geq 1$)

$$\therefore a_{10} = 2 \cdot 10 - 2 = 18$$

17. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 $S_n = n^2 + 3n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_5 + a_{10}$ 의 값은?

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

해설

주어진 수열의 합을 이용하여 수열의 일반항을 구한다.

$n \geq 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + 3n - \{(n-1)^2 + 3(n-1)\} \\ &= 2n + 2 \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 1^2 + 3 \cdot 1 = 4$

이것은 $\textcircled{1}$ 에 $n = 1$ 을 대입하여 얻은 값과 같으므로 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = 2n + 2$

$$\therefore a_1 + a_5 + a_{10} = 4 + 12 + 22 = 38$$

18. 첫째항이 100이고, 공차가 -3 인 등차수열은 첫째항부터 몇 째항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34번째 항

해설

$$\begin{aligned}a_n &= 100 + (n - 1) \cdot (-3) \\&= -3n + 103 > 0 \\n &< 34.333 \cdots \\\therefore n &= 34 \text{ 일 때 최대}\end{aligned}$$

19. 다음 ()안에 알맞은 수는?

$$\frac{\sqrt{3}}{1}, \frac{\sqrt{5}}{4}, \frac{\sqrt{7}}{9}, (\quad), \frac{\sqrt{11}}{25}$$

- ① $\frac{\sqrt{7}}{12}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

해설

나열된 각 수는 분수 꼴이며, 분자는 $\sqrt{+2}$ 의 규칙으로 나타난다.
따라서 ()안에 들어갈 수의 분자는 $\sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$ 이다.
분모는 +1이 된 수의 제곱의 규칙으로 나타난다.
따라서 ()안에 들어갈 수의 분모는 $(3+1)^2 = 16$ 이므로 ()
안에 들어갈 수는 $\frac{3}{16}$

20. 다음 ()안에 알맞은 것은?

1-2i, 2-4i, 3-8i, 4-16i, (),...

- ① 5-18i

② 5-20i

③ 5-24i

④ 5-32i

⑤ 5-64i

해설

주어진 복소수의 배열을
 $a_1 + b_1i, a_2 + b_2i, a_3 + b_3i, a_4 + b_4i, \dots$ 와 같이 생각한다면
(단, a_k, b_k 는 실수)
수열 $\{a_n\}$ 의 배열은 1, 2, 3, 4, (), ... 이고
수열 $\{b_n\}$ 의 배열은 -2, -4, -8, -16, (), ... 이다.
따라서 구하는 것은 다섯 번째 수이므로 $5 - 32i$ 이다.