

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 161 은 소수가 아니다.

② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.

③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.

⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

② 자연수 1은 약수가 1 개이다.

④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

2. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

① 칸토어

② 유클리드

③ 오일러

④ 골드바흐

⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

② 1 은 소수이다.

③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.

④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.

⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

② 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 2 는 소수이다.

4. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.

② 짝수인 소수가 있다.

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.

⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.

④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.

⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

5. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

6. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

7. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 1)(4 + 1)(5 + 1) = 120$$

$$a + 1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

8. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

9. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 16명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 32, 48, 96 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 32 \quad 48 \quad 96} \\ 4 \overline{) \quad 8 \quad 12 \quad 24} \quad \therefore 4 \times 4 = 16 \text{명} \\ \quad \quad 2 \quad \quad 3 \quad \quad 6 \end{array}$$

10. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

- ① 사과 3개, 귤 2개, 배 4개 ② 사과 4개, 귤 2개, 배 6개
③ 사과 3개, 귤 3개, 배 5개 ④ 사과 4개, 귤 3개, 배 5개
⑤ 사과 3개, 귤 2개, 배 5개

해설

$$48 = 2^4 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

48, 36, 60 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

따라서 사과 4개, 귤 3개, 배 5개이다.

11. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 108 \quad 120 \quad 96} \\ 3 \overline{) \quad 27 \quad 30 \quad 24} \\ \hline \quad 9 \quad 10 \quad 8 \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

12. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

- ① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

13. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67

② 99

③ 100

④ 101

⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

14. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$$24 = 2^3 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A(24) &= (3+1) \times (1+1) \\ &= 4 \times 2 = 8 \end{aligned}$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

15. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는
 $20 + 14 - 2 = 32$