

1. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

해설

$$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0 \text{ 이므로}$$

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

2. 일차방정식 $a^2x + 1 = a^4 - x$ 의 해는? (단, a 는 실수)

① a

② $a + 1$

③ $a - 1$

④ $a^2 - 1$

⑤ $a^2 + 1$

해설

$$a^2x + 1 = a^4 - x \text{ 에서 } a^2x + x = a^4 - 1$$

$$(a^2 + 1)x = (a^2 - 1)(a^2 + 1)$$

$$\therefore x = a^2 - 1 (\because a^2 + 1 > 0)$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2ax - 3a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 a 의 값과 그 때의 중근을 구한 것은?

① $a = -3, x = -3$

② $a = -3, x = 0$

③ $a = 0, x = -3$

④ $a = 3, x = 0$

⑤ $a = 3, x = 3$

해설

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (-3a) = 0$$

$$a^2 + 3a = 0, a(a+3) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } 0$$

(i) $a = -3$ 일 때,

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ (중근)}$$

(ii) $a = 0$ 일 때,

$$x^2 = 0$$

$$\therefore x = 0$$

4. x 에 대한 이차방정식 $4x^2 + 2(2k + m)x + k^2 - k + 2n = 0$ 이 임의의 실수 k 에 대하여 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

해설

판별식이 0이어야 한다.

$$D' = (2k + m)^2 - 4(k^2 - k + 2n) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4km + 4k - 8n = 0$$

$$\Rightarrow 4k(m + 1) + m^2 - 8n = 0$$

임의의 k 에 대해 성립하려면

$$m + 1 = 0, \quad m^2 - 8n = 0$$

$$\Rightarrow m = -1, \quad n = \frac{1}{8}, \quad m + n = -\frac{7}{8}$$

5. 두 유리수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, 이차방정식 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① -4 ② -1 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 모든 계수가 유리수이고

한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$ 이므로 근과 계수의 관계에서

$$-a = (2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

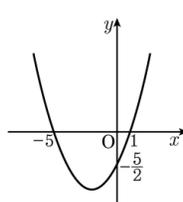
$$\therefore a = -4, b = 1$$

따라서 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은 근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{b} = \frac{-4}{1} = -4$$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 이차함수의 최솟값은?

- ① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 x 절편이 1, -5 이므로 $y = a(x-1)(x+5)$

점 $(0, -\frac{5}{2})$ 를 지나므로 $-\frac{5}{2} = a(0-1)(0+5)$, $a = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{2}(x-1)(x+5) \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{9}{2}$

7. $y = -2x^2 + 4x + 3k$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면 최댓값 10 을 갖는다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3k = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$$

$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 식은

$$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k - 4 \text{ 이다.}$$

최댓값이 10 이 되었으므로

$$2 + 3k - 4 = 10$$

$$3k = 12$$

$$\therefore k = 4$$

8. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

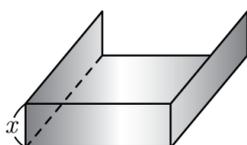
해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

9. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & \text{단면의 넓이를 } y \text{ 라 하면} \\ y &= x(60 - 2x) \\ &= -2x^2 + 60x \\ &= -2(x^2 - 30x + 225 - 225) \\ &= -2(x - 15)^2 + 450 \\ x &= 15 \text{ 일 때, 최대 넓이 } 450 \end{aligned}$$

10. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 1 & -1 & -7 & -6 \\ & & -1 & 0 & 1 & 6 \\ \hline 2 & 1 & 0 & -1 & -6 & 0 \\ & & 2 & 4 & 6 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3) = 0$
 $x^2+2x+3 = 0$ 의 두 근이 허근이므로
($D < 0$) $\alpha + \beta = -2$

11. $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 일 때, $x + \frac{1}{x}$ 의 값은?(단, x 는 실수)

- ① $-1 + \sqrt{6}$ ② $-1 - \sqrt{6}$ ③ $\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$
④ $\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$ ⑤ 1

해설

(i) $x \neq 0$ 이므로
 $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 양변을
 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{x} + \frac{1^2}{x} = 0$$

$$\therefore \left(x^2 + \frac{1^2}{x}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$(t^2 - 2) + 2t - 3 = 0, t^2 + 2t - 5 = 0$$

$$\therefore t = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$(ii) x + \frac{1}{x} = -1 \pm \sqrt{6}$$

그런데 $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2$ 이므로

($\because x$ 는 실수)

$$\therefore x + \frac{1}{x} = -1 - \sqrt{6}$$