

1. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 2)$, $B(5, 4)$ 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

① 6

② $\sqrt{37}$

③ $\sqrt{38}$

④ $\sqrt{39}$

⑤ $\sqrt{40}$

해설

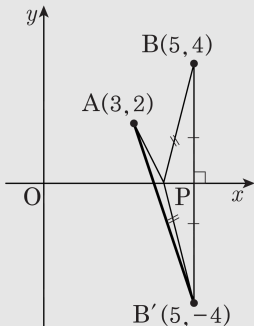
다음 그림과 같이 점 $B(5, 4)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 $B'(5, -4)$ 라 하면

$$\overline{PB} = \overline{PB'} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$$

따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고

$$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



2. $\triangle ABC$ 의 변 BC 위에 $2\overline{BD} = \overline{DC}$ 인 점 D를 잡으면 $2\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = m\overline{AD}^2 + n\overline{BD}^2$ 이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 9

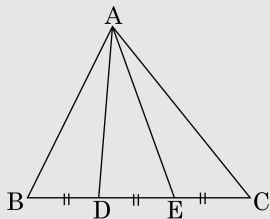
⑤ 10

해설

$$\text{중선 정리 } \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \quad \overline{DC}$$

의 중 점을 E 라 하면

$\triangle ABE$ 에서 중선 정리에 의하여



$$\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 = 2(\overline{BD}^2 + \overline{DE}^2) \quad \dots\dots (가)$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BD}^2 + \overline{DE}^2) \quad \dots\dots (나)$$

2(가)+(나)를 하면

$$\overline{AC}^2 + 2\overline{AB}^2 = 3\overline{AD}^2 + 6\overline{BD}^2$$

$$\therefore m = 3, n = 6$$

3. 네 점 $A(a, 4), B(2, 4), C(-3, b), D(-2, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, ab 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로
대각선의 중점이 서로 일치한다.

즉, $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치하므로

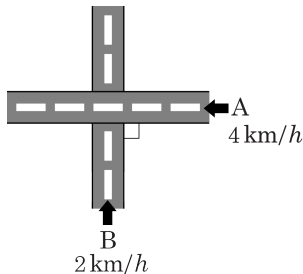
$$\frac{a-3}{2} = \frac{2-2}{2}, \frac{4+b}{2} = \frac{4+2}{2}$$

$$a-3=0, 4+b=6$$

$$\therefore a=3, b=2$$

$$\therefore ab=6$$

4. 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
 ④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면
 최초의 A, B 의 위치는 A(6, 0), B(0, -4) 이고
 t 시간 후의 A, B 의 좌표는

A(6 - 4t, 0), B(0, -4 + 2t) 이다.

따라서 t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{(6-4t)^2 + (-4+2t)^2} \\ &= \sqrt{20t^2 - 64t + 52} \\ &= \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} \\ &= \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다.

$\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.

5. 수직선 위의 세 점 $A(1), B(6), C(8)$ 과 동점 $P(x)$ 가 있다. $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 이 최소가 될 때, 점 P 에서 점 A 까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x-1)^2 + (x-6)^2 + (x-8)^2 \\ &= 3(x-5)^2 + 26 \end{aligned}$$

따라서 $x=5$ 일 때 최소가 된다.

점 $P(5)$ 에서 점 $A(1)$ 까지 거리는 $|5-1|=4$ 이다.