

1. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$
$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

- ① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀다.

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18-24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

2. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

3. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = -5$ 또는 $t = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

4. 방정식 $a^2x+1=a(x+1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$a^2x+1=a(x+1)$ 에서 $a(a-1)x=a-1$
i) $a=1$ 일 때, $0 \cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다.
ii) $a=0$ 이면 $0 \cdot x=-1$ 이므로 해가 없다.
iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a-1}{a(a-1)} = \frac{1}{a}$
따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

5. x 에 관한 이차방정식 $(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 = 0$$

(i) 이차방정식이므로 $m^2 - 1 \neq 0$

$\therefore m \neq 1, -1$

(ii) 중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (m - 1)^2 - 3(m^2 - 1) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - 3m^2 + 3 = 0$$

$$m^2 + m - 2 = 0$$

$$(m + 2)(m - 1) = 0$$

$\therefore m = 1, -2$

\therefore (i)과 (ii)에서 $m = -2$ 일 때만 중근을 갖는다.

6. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $mx^2 + 2(a-b-m)x - a + m + 1 = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 a, b 의 값은?

① $a = -1, b = 0$

② $a = -1, b = -1$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = 1, b = 1$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때,

$m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면

$D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$

이 때, 이 등식이 m 의 값에 관계없이

항상 성립해야 하므로

m 에 대하여 정리하면

$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$

$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1$$

7. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 일 때 p, q 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차 방정식을 구하면?(단, p, q 는 유리수)

① $x^2 - x - 6 = 0$

② $x^2 + 2x - 8 = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - x - 12 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 3 = 0$

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + px + q = 0 \text{의 두 근은 } -1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$$

$$-p = (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

$$q = (-1 + \sqrt{2})(-1 - \sqrt{2}) = -1$$

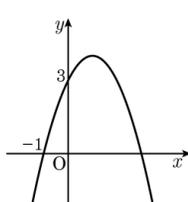
$$p = 2, q = -1 \text{이므로 } p + q = 1, pq = -2$$

2, -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - x - 2 = 0$$

8. 아래 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$ 을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 3) 이다.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2bx + c \\ &= (x - 1)^2 + 3 \\ &= x^2 - 2x + 4 \quad \therefore b = -1, c = 4 \\ \therefore b + c &= 3 \end{aligned}$$

10. m 이 실수일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $\alpha\beta$ 의 최댓값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (2m^2 - 2m - 3) \geq 0$$

$$m^2 - 2m - 3 \leq 0, (m+1)(m-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 3$$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

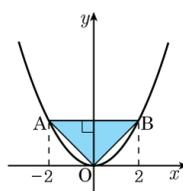
$$\alpha\beta = 2m^2 - 2m - 3 = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}$$

이 때, $-1 \leq m \leq 3$ 이므로 $m = 3$ 일 때

$\alpha\beta$ 의 최댓값은 9이다.

11. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

12. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (a+1)x^2 + 2ax + a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 양수 a 의 값과 그 때의 중근 α 의 값의 합 $a + \alpha$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

조립제법을 이용한다 $f(-1) = 0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a+1 & 2a & a \\ & & -1 & -a & -a \\ \hline & 1 & a & a & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 + ax + a) = 0$$

$x^2 + ax + a = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면 0이 아니므로

$x^2 + ax + a$ 가 중근을 갖는다.

중근일 조건 : 판별식 = 0

$$\therefore a^2 - 4a = 0$$

$$a(a-4) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ 또는 } a = 4$$

$$\therefore \text{양수 } a = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0(x+2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{중근 } \alpha = -2 \Rightarrow a + \alpha = 2$$

13. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$ 에서 $x^2 + x = X$ 라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$ 또는 $X = 6$

(i) $X = 2$ 일 때, $x^2 + x = 2$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -2$

(ii) $X = 6$ 일 때, $x^2 + x = 6$ 에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

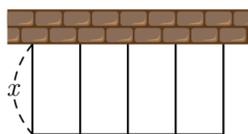
$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

14. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



- ① 140m^2 ② 160m^2 ③ 180m^2
 ④ 200m^2 ⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

15. 실수 x 가 $x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ 을 만족시킬 때, $x^2 + 3x$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

분명히 $x \neq 0$ 이므로
양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 2x - 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x} + 3\right)\left(x + \frac{1}{x} - 1\right) = 0$$

$$\therefore (x^2 + 3x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

x 는 실수이므로 $x^2 + 3x + 1 = 0$

$$\therefore x^2 + 3x = -1$$