

1. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

① (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

② (1)  $\frac{3 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

③ (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$

④ (1)  $\frac{1 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

⑤ (1)  $\frac{4 \pm 3i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

2. 직선  $y = 3x + 2$  와 포물선  $y = x^2 + mx + 3$  이 두 점에서 만나기 위한 실수  $m$  의 범위를 구하면?

①  $m < -1, m > 3$

②  $m < 1, m > 5$

③  $-1 < m < 3$

④  $-1 < m < 5$

⑤  $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$  에서  $y$  를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

3. 사차방정식  $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}i \text{ 또는 } x = \pm \sqrt{2}$$

따라서 모든 실근의 곱은

$$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$$

4. 방정식  $a^2x + 1 = a(x + 1)$  의 해가 존재하지 않을 때, 상수  $a$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$a^2x + 1 = a(x + 1)$  에서  $a(a - 1)x = a - 1$

i)  $a = 1$  일 때,  $0 \cdot x = 0$  이므로 해는 무수히 많다.

ii)  $a = 0$  이면  $0 \cdot x = -1$  이므로 해가 없다.

iii)  $a \neq 0, a \neq 1$  일 때,  $x = \frac{a - 1}{a(a - 1)} = \frac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의  $a$  의 값은 0이다.

5.  $x$ 에 관한 이차방정식  $(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는  $m$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 = 0$$

(i) 이차방정식이므로  $m^2 - 1 \neq 0$

$$\therefore m \neq 1, -1$$

(ii) 중근을 가지려면 판별식  $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (m - 1)^2 - 3(m^2 - 1) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - 3m^2 + 3 = 0$$

$$m^2 + m - 2 = 0$$

$$(m + 2)(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 1, -2$$

$\therefore$  (i)과 (ii)에서  $m = -2$ 일 때만 중근을 갖는다.

6. 계수가 실수인  $x$ 에 대한 이차방정식  $mx^2 + 2(a-b-m)x - a + m + 1 = 0$ 이  $m$ 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수  $a, b$ 의 값은?

①  $a = -1, b = 0$

②  $a = -1, b = -1$

③  $a = 0, b = 1$

④  $a = 1, b = 1$

⑤  $a = 1, b = 2$

### 해설

주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 할 때,

$m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면

$D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$

이 때, 이 등식이  $m$ 의 값에 관계없이

항상 성립해야 하므로

$m$ 에 대하여 정리하면

$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$

$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1$$

7. 이차방정식  $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이  $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 일 때  $p, q$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차 방정식을 구하면?(단,  $p, q$ 는 유리수)

①  $x^2 - x - 6 = 0$

②  $x^2 + 2x - 8 = 0$

③  $x^2 - x - 2 = 0$

④  $x^2 - x - 12 = 0$

⑤  $x^2 - 2x - 3 = 0$

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = -1 + \sqrt{2}$$

$\therefore x^2 + px + q = 0$ 의 두 근은  $-1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$

$$-p = (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

$$q = (-1 + \sqrt{2})(-1 - \sqrt{2}) = -1$$

$p = 2, q = -1$ 이므로  $p + q = 1, pq = -2$

2, -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - x - 2 = 0$$

8. 아래 그림은 이차함수  $y = ax^2 + 2x + c$  의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

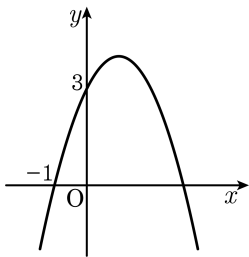
①  $\frac{7}{2}$

② 4

③  $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤  $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$  에 점  $(-1, 0)$ ,  $(0, 3)$  을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

9. 이차함수  $y = x^2 + 2bx + c$  가  $x = 1$  에서 최솟값 3 을 가질 때,  $b + c$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 1$  일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는  $(1, 3)$  이다.

$$y = x^2 + 2bx + c$$

$$= (x - 1)^2 + 3$$

$$= x^2 - 2x + 4 \quad \therefore b = -1, c = 4$$

$$\therefore b + c = 3$$

10.  $m$ 이 실수일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 의 두 실근  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\alpha\beta$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (2m^2 - 2m - 3) \geq 0$$

$$m^2 - 2m - 3 \leq 0, (m+1)(m-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 3$$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = 2m^2 - 2m - 3 = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}$$

이 때,  $-1 \leq m \leq 3$ 이므로  $m = 3$ 일 때

$\alpha\beta$ 의 최댓값은 9이다.

11. 다음 그림은 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$  의 그래프이다. 이때,  $\triangle AOB$  의 넓이는 얼마인가?

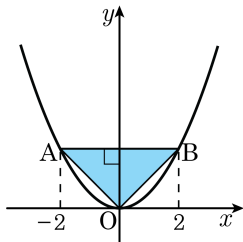
① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$  이고,

$x = 2$  를 대입하면  $y = 2$  이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

12.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + (a+1)x^2 + 2ax + a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 양수  $a$ 의 값과 그 때의 중근  $\alpha$ 의 값의 합  $a + \alpha$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

### 해설

조립제법을 이용한다  $f(-1) = 0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a+1 & 2a & a \\ & & -1 & -a & -a \\ \hline & 1 & a & a & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 + ax + a) = 0$$

$x^2 + ax + a = 0$ 에  $x = -1$ 을 대입하면 0이 아니므로

$x^2 + ax + a$ 가 중근을 갖는다.

중근일 조건 : 판별식 = 0

$$\therefore a^2 - 4a = 0$$

$$a(a-4) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ 또는 } a = 4$$

$$\therefore \text{양수 } a = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0(x+2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{중근 } \alpha = -2 \Rightarrow a + \alpha = 2$$

13. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$  또는  $X = 6$

( i )  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -2$

( ii )  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

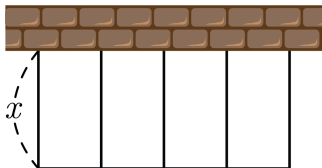
$\therefore x = -3$  또는  $x = 2$

( i ), ( ii )에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

14. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



①  $140\text{m}^2$

②  $160\text{m}^2$

③  $180\text{m}^2$

④  $200\text{m}^2$

⑤  $240\text{m}^2$

해설

담장 한 개의 가로 길이는  $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은  $x \left( \frac{60-5x}{4} \right) \times 4 = x(60-5x)$  이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

15. 실수  $x$ 가  $x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ 을 만족시킬 때,  $x^2 + 3x$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

분명히  $x \neq 0$ 이므로

양변을  $x^2$ 으로 나누면

$$x^2 + 2x - 1 + \frac{2}{x} + \frac{1^2}{x}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1^2}{x}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x} + 3\right)\left(x + \frac{1}{x} - 1\right) = 0$$

$$\therefore (x^2 + 3x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$x$ 는 실수이므로  $x^2 + 3x + 1 = 0$

$$\therefore x^2 + 3x = -1$$