1. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$

$k^2 - 2k - 3 = 0,\ (k-3)(k+1) = 0$

$\therefore\ k = 3, -1$

2. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a의 최솟값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$D' = 9 - 5(a-5) = -5a + 34 < 0$

$\therefore a > \frac{34}{5}$

3. 계수가 실수인 x에 대한 이차방정식 $x^2+2(k-a)x+k^2+b-3=0$이 k의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a,b의 값은?

① $a=1,b=2$ ② $a=0,b=3$ ③ $a=-1,b=2$

④ $a=0,b=2$ ⑤ $a=-1,b=3$

해설

중근을 가지려면, 편별식이 0이다.

$D'=(k-a)^2-(k^2+b-3)=0$

$\Rightarrow \quad -2ak+a^2-b+3=0$

모든 k에 대해 성립하려면

$-2a=0,\ a^2-b+3=0$

$\therefore \quad a=0,b=3$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 두 근이 α, β일 때, $\alpha^2 + \beta^2$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두근의 합 : 3, 두근의 곱 : 1

$\therefore \quad \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= 7$

5. 두 수 $1+2i$, $1-2i$를 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-5=0$　② $x^2+2x+5=0$

③ $x^2+5x+2=0$　④ $x^2-2x+5=0$

⑤ $x^2-5x+2=0$

해설

$\alpha+\beta=(1+2i)+(1-2i)=2$
$\alpha\beta=(1+2i)(1-2i)=5$
$\therefore x^2-2x+5=0$

6. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$a = 2, b' = -2, c = 3$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

7. 다음 방정식을 풀면?

$(2-\sqrt{3})x^2+(1-\sqrt{3})x-1=0$

① $x=-1$ 또는 $-\sqrt{3}$
② $x=-1$ 또는 $-2+\sqrt{3}$
③ $x=-1$ 또는 $2+\sqrt{3}$
④ $x=1$ 또는 $2-\sqrt{3}$
⑤ $x=1$ 또는 $=2+\sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $2+\sqrt{3}$ 을 곱하면
$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})x-(2+\sqrt{3})=0$
$x^2-(1+\sqrt{3})x-(2+\sqrt{3})=0$
$(x+1)\left\{x-(2+\sqrt{3})\right\}=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2+\sqrt{3}$

8. 방정식 $(x-1)^2+|x-1|-6=0$의 두 근의 합은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$일 때
$x^2-2x+1+x-1-6=0$
$x^2-x-6=0$, $(x-3)(x+2)=0$이므로
$x=-2, x=3$
그런데 $x \geq 1$이므로 $x=3$
(ii) $x<1$일 때
$x^2-2x+1-x+1-6=0$
$x^2-3x-4=0$, $(x-4)(x+1)=0$
$x=-1, x=4$
그런데 $x<1$이므로 $x=-1$
(i), (ii)에서 $x=3, -1$이므로
두 근의 합은 2

9. $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \le x < 2$일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$의 해를 α라 하면 2α의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$　② $\sqrt{2} + 1$　③ $\sqrt{3} + 2$
④ $\sqrt{3} - 1$　⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \le x < 1$일 때, $[x] = 0$이므로
$-4x - 1 = 0$
$\therefore\ x = -\frac{1}{4}$(부적합)

(ii) $1 \le x < 2$일 때, $[x] = 1$이므로
$4x^2 - 4x - 1 = 0$
$\therefore\ x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \le x < 2$이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore\ 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

10. 다음 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?

① $x^2+5x+1=0$은 서로 다른 두 실근 을 가진다.

② $x^2+5=0$는 두 허근을 가진다.

③ $m=0$ 또는 4일 때, $x^2-mx+m=0$은 중근을 가진다.

④ $k \geqq 1$일 때 $x^2-2x+2-k=0$은 서로 다른 두 실근을 가진다

⑤ $x^2-6x+a=0$ 은 $a=9$일 때만 중근을 가진다.

해설

① $25-4\cdot 1\cdot 1=21>0$
② $0^2-4\cdot 1\cdot 1=-4<0$
③ $(-m)^2-4\cdot 1\cdot m=m(m-4)=0$
⑤ $9-1\cdot a=9-a=0,\ a=9$
$\Rightarrow$ ④ $(-1)^2-1\cdot(2-k)=k-1>0\ \ \therefore\ k>1$

11. a가 실수일 때, $f(x)=x^2+2(a+1)x+a^2$, $g(x)=x^2+2ax+(a-1)^2$에 대하여 x에 대한 두 이차방정식 $f(x)=0, g(x)=0$의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $f(x)=0$이 실근을 가지면 $g(x)=0$도 실근을 가진다.

② $f(x)=0$이 실근을 가지면 $g(x)=0$은 허근을 가진다.

③ $f(x)=0$이 허근을 가지면 $g(x)=0$도 허근을 가진다.

④ $g(x)=0$이 실근을 가지면 $f(x)=0$은 허근을 가진다.

⑤ $g(x)=0$이 허근을 가지면 $f(x)=0$은 실근을 가진다.

해설

방정식 $f(x)=0$과 $g(x)=0$의 판별식을 각각 D_1, D_2라 하면

$\frac{D_1}{4}=(a+1)^2-a^2=2a+1,$

$\frac{D_2}{4}=a^2-(a-1)^2=2a-1$

모든 실수 a에 대하여

$2a+1>2a-1,$

즉, $D_1>D_2$이므로 $D_1<0$이면 $D_2<0$

12. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은 -6이다.

해설

$ax^2+bx+c=0$에서

두근의 합 : $-\dfrac{b}{a}$

두근의 곱 : $\dfrac{c}{a}$

두근의 차 : $\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차)$=4i$

13. $x^2-(k-1)x+3=0$의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 양의 실수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 각각 α와 β라 하면
$\alpha+\beta=k-1$
$\alpha\beta=3$
$|\alpha-\beta|=2$이므로
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(k-1)^2-12=4$
$k=5$ 또는-3
k는 양의 실수이므로 $k=5$

14. x에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$을 풀 때, a를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, b를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?

① $x = -1$ 또는 $x = -2$　② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 0$ 또는 $x = 2$　④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 3$

해설

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$에서

(i) 처음에는 x의 계수 a를 잘못 보고,

상수항 b를 바르게 보았으므로, 두 근 $\frac{1}{2}$, 4의 곱은 옳다.

따라서 $b = 2$

(ii) 두 번째는 상수항 b를 잘못 보고, x의 계수 a를 바르게 보았으므로

두 근 -2, 5의 합은 옳다.

따라서 $a = 3$,

$\therefore$ 주어진 이차방정식은

$x^2 - 3x + 2 = 0$, $(x-1)(x-2) = 0$

$\therefore$ $x = 1$ 또는 $x = 2$