

1. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

2. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

3. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 0, b = 3$

③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두근의 합 : 3, 두근의 곱 : 1

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 7\end{aligned}$$

5. 두 수 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

6. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x - 3)(2x + 1)$

② $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

③ $(x + 3)(2x - 1)$

④ $2 \left(x + 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

⑤ $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x + 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

해설

$$a = 2, b' = -2, c = 3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

7. 다음 방정식을 풀면?

$$(2 - \sqrt{3})x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$$

① $x = -1$ 또는 $-\sqrt{3}$

② $x = -1$ 또는 $-2 + \sqrt{3}$

③ $x = -1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

④ $x = 1$ 또는 $2 - \sqrt{3}$

⑤ $x = 1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$x^2 - (1 + \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$(x + 1) \{x - (2 + \sqrt{3})\} = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 + \sqrt{3}$$

8. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0 \text{이므로}$$

$$x = -2, x = 3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로

두 근의 합은 2

9. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$ 일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를 α 라 하면 2α 의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $-4x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ (부적합)

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

10. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

① $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다.

② $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.

③ $m = 0$ 또는 4일 때, $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.

④ $k \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다

⑤ $x^2 - 6x + a = 0$ 은 $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

① $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$

② $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$

③ $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$

⑤ $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$

$\Rightarrow$ ④ $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

11. a 가 실수일 때, $f(x) = x^2 + 2(a+1)x + a^2$, $g(x) = x^2 + 2ax + (a-1)^2$ 에 대하여 x 에 대한 두 이차방정식 $f(x) = 0, g(x) = 0$ 의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $f(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g(x) = 0$ 도 실근을 가진다.
- ② $f(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g(x) = 0$ 은 허근을 가진다.
- ③ $f(x) = 0$ 이 허근을 가지면 $g(x) = 0$ 도 허근을 가진다.
- ④ $g(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $f(x) = 0$ 은 허근을 가진다.
- ⑤ $g(x) = 0$ 이 허근을 가지면 $f(x) = 0$ 은 실근을 가진다.

해설

방정식 $f(x) = 0$ 과 $g(x) = 0$ 의 판별식을 각각 D_1, D_2 라 하면

$$\frac{D_1}{4} = (a+1)^2 - a^2 = 2a + 1,$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - (a-1)^2 = 2a - 1$$

모든 실수 a 에 대하여

$$2a + 1 > 2a - 1,$$

즉, $D_1 > D_2$ 이므로 $D_1 < 0$ 이면 $D_2 < 0$

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.
② 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.
③ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.
④ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.
⑤ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차) = $4i$

13. $x^2 - (k-1)x + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 양의 실수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 각각 α 와 β 라 하면

$$\alpha + \beta = k - 1$$

$$\alpha\beta = 3$$

$$|\alpha - \beta| = 2 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (k - 1)^2 - 12 = 4$$

$$k = 5 \text{ 또는 } -3$$

k 는 양의 실수이므로 $k = 5$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 풀 때, a 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, b 를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?

① $x = -1$ 또는 $x = -2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 0$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 3$

해설

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 에서

(i) 처음에는 x 의 계수 a 를 잘못 보고,

상수항 b 를 바르게 보았으므로, 두 근 $\frac{1}{2}$, 4의 곱은 옳다.

따라서 $b = 2$

(ii) 두 번째는 상수항 b 를 잘못 보고, x 의 계수 a 를 바르게 보았으므로

두 근 -2, 5의 합은 옳다.

따라서 $a = 3$,

$\therefore$ 주어진 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$