

1. $(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 는 x 와 y 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 때, 두 일차식의 합은?

- ① 0
- ② $x + y - 1$
- ③ $2x + 2y - 3$
- ④ $3x - 3$
- ⑤ $3x - 5$

해설

$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 의 공통인수는 $2x-y$ [므로]

$$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y) = (2x-y)(x+y-3)$$

따라서 두 일차식 $2x-y$ 와 $x+y-3$ 의 합은 $3x-3$ 이다.

2. $x = 3 + 2\sqrt{2}$, $y = 3 - 2\sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

① 24

② -24

③ 0

④ $-24\sqrt{2}$

⑤ $24\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - y^2$$

$$= (x + y)(x - y)$$

$$= (3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2})$$

$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

3. 일차항의 계수가 1인 두 일차식의 곱이 $(x + 6)(x - 3) - 6x$ 일 때, 이 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x$

② $2x + 3$

③ $2x - 3$

④ $2x^2$

⑤ $2x(x - 3)$

해설

$$\begin{aligned}(x + 6)(x - 3) - 6x &= x^2 + 3x - 18 - 6x \\&= x^2 - 3x - 18 \\&= (x + 3)(x - 6)\end{aligned}$$

두 일차식의 합은 $(x + 3) + (x - 6) = 2x - 3$ 이다.

4. $(x+4)(x-4) - 6x = (x+a)(x+b)$ 일 때, a, b 의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-4) - 6x &= x^2 - 6x - 16 \\&= (x+2)(x-8) \\&= (x+a)(x+b)\end{aligned}$$

a 와 b 의 차는 $2 - (-8) = 10$ 이다.

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(b - 2a)^2 = (2a - b)^2$

㉡ $a^2 - b^2 = (a + b)(-a + b)$

㉢ $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$

㉣ $4ab - 1 = (2a + 1)(2b - 1)$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉡: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉣: $4ab - 2a + 2b - 1 = (2a + 1)(2b - 1)$

6. 두식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수는?

① $2x + 3$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x - 5$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

7. 다음 중 $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$ 과 $x^2 - x + \frac{1}{4}$ 의 공통인 인수가 되는 것은?

- ① $x + \frac{1}{2}$ ② $x - \frac{1}{2}$ ③ $x + 1$ ④ $x - 1$ ⑤ $x + \frac{1}{3}$

해설

$$x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

8. 다음 식이 완전제곱식으로 인수분해될 때, 빈 칸에 들어갈 숫자로 바른 것을 고르면?

$$4x^2 + 20x + \square$$

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$4(x^2 + 5x + \Delta)$ 에서 이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 되므로 5의 절반의 제곱은 $\frac{25}{4}$ 이다.

$$\Delta = \frac{25}{4} \text{ 를 대입하면}$$

$$\begin{aligned}4(x^2 + 5x + \Delta) &= 4\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) \\&= 4x^2 + 20x + 25 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $\square = 25$ 이다.

9. 다음 중 201^2 의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을
바르게 나타낸 것은? (단, a, b, c, d 는 자연수)

① $(a - b)^2$

② $(a + b)^2$

③ $(ax + b)(cx + d)$

④ $(a + b)(a - b)$

⑤ $(x + a)(x - b)$

해설

$$201^2 = (200 + 1)^2 = 40000 + 400 + 1 = 40401$$

10. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$x + y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3},$$

$$x - y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

11. $\frac{1}{2}x^2 - 3x + \square$ 가 완전제곱식이 되기 위한 \square 의 값은?

- ① 9 ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ 6 ⑤ 4

해설

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + \square = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 2\square)$$

$$2\square = 9 \quad \therefore \square = \frac{9}{2}$$

12. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고 을은 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

갑이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.

을이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.

$$\therefore a = -12, b = -28$$

$$\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$$

13. 세로의 길이가 $2a+4$ 이고 넓이가 $6a^2+18a+12$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

① $10a + 12$

② $10a + 14$

③ $12a + 12$

④ $12a + 14$

⑤ $14a + 16$

해설

$$6a^2 + 18a + 12 = (2a + 4)(3a + 3) \text{ 이므로}$$

$$\text{둘레의 길이는 } 2 \times (2a + 4 + 3a + 3) = 10a + 14 \text{ 이다.}$$

14. $(a+b)(a+b+3)+2$ 를 인수분해했을 때, 옳은 것은?

① $(a-b+1)(a-b+2)$

② $(a+b+1)(a+b+2)$

③ $(a-b+1)(a+b+2)$

④ $(a-b-1)(a-b-2)$

⑤ $(a+b-1)(a+b-2)$

해설

$a+b = A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A+3)+2$$

$$= A^2 + 3A + 2$$

$$= (A+1)(A+2)$$

$$= (a+b+1)(a+b+2)$$

15. $(x+2)^2 - (x+2)(y-1) - 6(y-1)^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x+3y-1)(x-2y+4)$ ② $(x+2y+4)(x-3y)$
③ $(x+3y)(x-2y)$ ④ $(x-3y+5)(x+2y)$
⑤ $(x-3y-4)(x-2y+1)$

해설

$x+2 = A, y-1 = B$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}A^2 - AB - 6B^2 &= (A + 2B)(A - 3B) \\&= \{(x+2) + 2(y-1)\} \{(x+2) - 3(y-1)\} \\&= (x+2+2y-2)(x+2-3y+3) \\&= (x+2y)(x-3y+5)\end{aligned}$$

16. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m = 1$

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\&= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\&= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) + m\end{aligned}$$

$x^2 - 5 = t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(t+4)(t+6) + m \\t^2 + 10t + 24 + m \\t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2 \\24 + m = 5^2 \\\therefore m = 1\end{aligned}$$

17. $x + y = 2$, $x - y = 3$ 일 때, $x^2 - 2x + 1 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 - y^2 &= (x - 1)^2 - y^2 \\&= (x - 1 + y)(x - 1 - y) \\&= (x + y - 1)(x - y - 1) \\&= (2 - 1)(3 - 1) \\&= 1 \times 2 = 2\end{aligned}$$

18. $x^2 - 4x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x - 4 - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 4^2 + 2 = 18$$

19. $x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 4$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - xy &= (x + y)^2 - 3xy \\&= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 4 \\&= 12 - 12 \\&= 0\end{aligned}$$

20. $a + b = 2$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a+b)^2 - 2(a+b) \\&= (a+b)(a+b-2) \\&= 2 \times (2-2) = 0\end{aligned}$$

21. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} = \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{ -\left(x - \frac{1}{x}\right) \right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

22. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

$$= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2}$$

$$= |a + 1| + |a - 3|$$

$$= a + 1 - a + 3 = 4$$

23. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답:

▶ 정답: $x + 2$

해설

$$\text{총 넓이는 } x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

24. 신의는 한 변의 길이가 각각 x cm, y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

- ① 6 cm
- ② 25 cm
- ③ 50 cm
- ④ 100 cm
- ⑤ 150 cm

해설

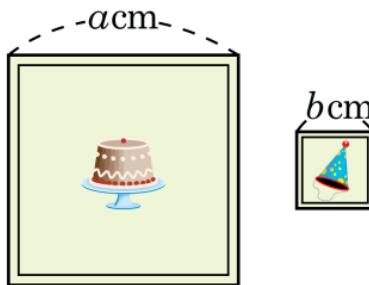
$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

25. 한 변의 길이가 각각 a cm, b cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



- ① 5 cm ② 20 cm ③ 40 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

$$4(a + b) = 80 \text{ 이므로 } a + b = 20$$

$$a^2 - b^2 = 100 \text{ 이므로 } (a + b)(a - b) = 100$$

$$a - b = 5$$

$$\therefore 4(a - b) = 4 \times 5 = 20$$

26. 가로의 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2 + y^2 + 2xy - x - y - 2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▶ 정답: $a + b + c = 6$

해설

$$x^2 + y^2 + 2xy - x - y - 2 = (x+y)^2 - (x+y) - 2$$

$x+y = X$ 라 두면

$$X^2 - X - 2 = (X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2) = 4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c = 6$ 이다.

27. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\&= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\&= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\&= (a-b)(a+b-2c) \\∴ x+y+z+p+q+r \\&= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0\end{aligned}$$

28. $(x - 2)x^2 - 3(x - 2)x - 10(x - 2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x - 2)(x - 5)(x + 2)$ ② $(x - 2)(x + 5)(x + 2)$
③ $(x - 2)(x - 5)(x + 3)$ ④ $(x - 2)(x + 5)(x - 2)$
⑤ $(x - 2)(x + 5)(x - 3)$

해설

$A = x - 2$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (x - 2)x^2 - 3(x - 2)x - 10(x - 2) \\ &= Ax^2 - 3Ax - 10A \\ &= A(x^2 - 3x - 10) \\ &= A(x - 5)(x + 2) \\ &= (x - 2)(x - 5)(x + 2) \end{aligned}$$

29. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$
- ② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$
- ③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$
- ④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$
- ⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

- ① $(a + 1)(b - 1)$
- ② $(1 - b)(2 - a)$
- ③ $(x + y)(x - y + 2)$

30. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 98900000

해설

$$\begin{aligned}A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\&\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\&= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\&\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\&= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\&\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\&= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\&= 55\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\&= (9945 + 55)(9945 - 55) \\&= 10000 \times 9890 \\&= 98900000\end{aligned}$$

31. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b} \\&= \frac{a(a+b)(a-b) + b(a+b)(a-b)}{a-b} \\&= \frac{(a-b)(a+b)^2}{a-b} \\&= (a+b)^2 \\&= 18\end{aligned}$$

32. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\&= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\&= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\xy &= (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\∴ 4(xy)^n &= 4\end{aligned}$$

33. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답:

▷ 정답: $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} (\because x > y)$$

$$\begin{aligned}\therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3}\end{aligned}$$

34. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때,
 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\&= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\&= (b + a)^2(b - a) \\&= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.

35. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $-2\sqrt{3}$

④ $-3\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

36. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

② $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④ $3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$

⑤ $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

해설

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

37. $x^2 - 10x + A = (x + B)^2$ 에서 A, B 에 맞는 수를 써라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $A = 25$

▶ 정답: $B = -5$

해설

$$(x + B)^2 = x^2 + 2Bx + B^2$$

$$= x^2 - 10x + A$$

$$2B = -10 \quad \therefore B = -5$$

$$B^2 = (-5)^2 = A \quad \therefore A = 25$$

38. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$g(x) = (ax + b)f(x) \text{ } \circ] \text{므로}$$

$$6x^2 - 5x - 4 = (3x - 4)(2x + 1)$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2)$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x)$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

39. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A - B = -2$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \\ &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + ax + b) \\ &= x^4 + (a - 3)x^3 + (b - 3a)x^2 + (-3b + 2a)x + 2b \end{aligned}$$

$$2b = 1, \therefore b = \frac{1}{2}$$

$$b - 3a + 2 = 1, \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A = a - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore B = -3b + 2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$$

해설

$$f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$$
 이라 하면

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x)$$
 라 쓸 수 있다.

$$f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0$$

$$f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0$$

$$A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$$

40. $x^2 - y^2 + 9x + 5y - a$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 의 값은?
(단, a 는 정수)

①

-14

② -7

③ -1

④ 7

⑤ 14

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 9x + 5y - a \\&= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\&= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha+\beta=9 \\ +) -\alpha+\beta=5 \\ \hline 2\beta=14 \end{array}$$

$$\beta = 7, \alpha = 2$$

$$\therefore a = -\alpha\beta = -2 \times 7 = -14$$

41. $x^3 + ax^2 - bx + 12$ 가 $(x-1)$ 과 $(x+2)$ 로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = 3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 - bx + 12 &= (x-1)(x+2)(x+k) \\&= x^3 + (k+1)x^2 + (k-2)x - 2k \\-2k &= 12, \therefore k = -6 \\a &= k+1 = -5 \\-b &= k-2 = -8, \therefore b = 8 \\\therefore a+b &= -5+8 = 3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 + ax^2 - bx + 12 \text{ 라 할 때,} \\f(x) &\text{가 } (x-1) \text{ 와 } (x+2) \text{ 를 인수로 가지면} \\f(1) &= 0, f(-2) = 0 \text{ 이므로,} \\1^3 + a \times 1^2 - b \times 1 + 12 &= 0 \cdots \textcircled{①} \\(-2)^3 + a \times (-2)^2 - b \times (-2) + 12 &= 0 \cdots \textcircled{②} \\\textcircled{①}, \textcircled{②} \text{ 을 연립하여 풀면, } a &= -5, b = 8 \\\therefore a+b &= -5+8 = 3\end{aligned}$$

42. $\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = 4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $x-y = -5$

해설

$x+2 = X, y-3 = Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = \frac{2X^2 + 2Y^2}{XY} = 4$$

$$2X^2 - 4XY + 2Y^2 = 0, (X-Y)^2 = 0$$

$$X - Y = x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y = -5$$

43. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1) + p \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 4) + p \\ & x^2 + 3x = A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A - 4) + p = A^2 - 4A + p \\ & A^2 - 4A + p = (A - 2)^2 \\ & \therefore p = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

44. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a+5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a+5) - 6(a+5) - 18 = 0$$

$$(a+5)(b-6) = 18$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } a+5 > 5$$

$$\text{(i) } a+5 = 18, b-6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$\text{(ii) } a+5 = 9, b-6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$\text{(iii) } a+5 = 6, b-6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

\therefore 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

45. $\left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \left(1 - \frac{1}{7^2}\right) \left(1 - \frac{1}{8^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{14^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{15^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{8}{9}$

해설

$$1 - \frac{1}{a^2} = \left(1 + \frac{1}{a}\right) \left(1 - \frac{1}{a}\right) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \cdots \times \frac{14}{15} \times \frac{16}{15} \\&= \frac{5}{6} \times \frac{16}{15} = \frac{8}{9}\end{aligned}$$

46. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c) \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

47. $\sqrt{3333333333 - 66666}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $33333\sqrt{3}$

해설

$33333 = a$ 로 놓으면

$3333333333 = a \times 10^5 + a$ 이고

$66666 = 2a$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{3333333333 - 66666} &= \sqrt{(a \times 10^5) + a - 2a} \\ &= \sqrt{a(10^5 - 1)} \\ &= \sqrt{a \times 99999} \\ &= \sqrt{3 \times 11111 \times 3^2 \times 11111} \\ &= 33333\sqrt{3}\end{aligned}$$

48. $a + b = 4$, $a^2 - b^2 = 20$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 5$

해설

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ 이므로}$$

$$4 \times (a - b) = 20$$

$$\therefore a - b = 5$$

49. $a + b = 3$, $ab = 1$ 일 때, $a^2(a - b) + b^2(b - a)$ 의 값은?

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times 1 = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= a^2(a - b) - b^2(a - b) \\&= (a - b)(a^2 - b^2) \\&= (a - b)^2(a + b) \\&= 5 \times 3 = 15\end{aligned}$$

50. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

(준식)

$$= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x$$

$$= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2)$$

따라서 높이는 $x - 2$ 이다.