

1. 다음 보기 중 $xy(2x + 3y) - xy(x + y)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ xy	㉡ $x + y$	㉢ $x + 2y$
㉤ $2x + 3y$	㉦ $x(x + 2y)$	㉨ $y(x + y)$

- ① ㉢, ㉨ ② ㉠, ㉢, ㉦ ③ ㉠, ㉡, ㉨
④ ㉡, ㉤, ㉦ ⑤ ㉢, ㉦, ㉨

해설

$$\begin{aligned} xy(2x + 3y) - xy(x + y) &= xy\{(2x + 3y) - (x + y)\} \\ &= xy(x + 2y) \end{aligned}$$

2. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3) \\ & a = -1, \quad b = 3 \\ & \therefore a+3b = -1+9 = 8 \end{aligned}$$

3. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉣ $x^2 - 4x + 4$

㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

4. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

5. $\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = 4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x-y = -5$

해설

$x+2 = X$, $y-3 = Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = \frac{2X^2 + 2Y^2}{XY} = 4$$

$$2X^2 - 4XY + 2Y^2 = 0, (X-Y)^2 = 0$$

$$X - Y = x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y = -5$$

6. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

7. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$ab - 6a + 5b - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6a - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$
 $(a + 5)(b - 6) = 18$
 $a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$
(i) $a + 5 = 18, b - 6 = 1$
 $a = 13, b = 7$
(ii) $a + 5 = 9, b - 6 = 2$
 $a = 4, b = 8$
(iii) $a + 5 = 6, b - 6 = 3$
 $a = 1, b = 9$
 $\therefore$ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

8. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y) \end{aligned}$$

9. 다항식 $x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + 2y^2 + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + (2y + 1)(y + 1) \\ &= (x - 2y - 1)(x - y - 1) \\ &\therefore (-1) + (-1) = -2 \end{aligned}$$

10. $30\left(\frac{2^2-1}{2^2}\right)\left(\frac{3^2-1}{3^2}\right)\left(\frac{4^2-1}{4^2}\right)\cdots\left(\frac{10^2-1}{10^2}\right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \\ &\quad \cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right) \\ &= 30\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right) \\ &\quad \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right) \\ &= 30\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right) \\ &\quad \times\cdots\times\left(\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\right) \\ &= 30\times\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{33}{2} \end{aligned}$$

11. 양수 a, b 에 대하여. $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$a + b = X$, $ab = Y$ 로 치환하면

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

따라서 $a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10$ 이다.

12. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} b &= a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &\quad + 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$

13. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3+2x^2-3xy+x-6y+2 \\ &= x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2 \\ &= (x+2)(x^2-3y+1) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=2$ 이므로
 $a+b=3$ 이다.