

1. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

3. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 p 의 값을 모두 곱하면?

① -8 ② -4 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} D &= p^2 - 4(2p + 1) \\ &= p^2 - 8p - 4 = 0 \end{aligned}$$

판별식으로부터 나온 p 에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 p 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 -4 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최대값은 3 ($\because k$ 는 정수)

5. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k \leq 3$ ② $k > 3$ ③ $k \leq 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$$3x^2 - 6x + k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$$

$$\therefore k > 3$$

6. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

7. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면

판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, \quad a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

8. 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을 β, β^2 이라 할 때, $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로

$a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$

9. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

10. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

11. 이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2 - (3-\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ 의 두 근은?

- ① $\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}$

해설

양변에 $\sqrt{2} + 1$ 을 곱하면
 $x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$
 $(x - \sqrt{2})\{x - (\sqrt{2} + 1)\} = 0$
 $\therefore x = \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$

해설

$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 로 고친 후 근의 공식을 이용하여 풀어도 좋다.

12. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① -5 ② -10 ③ -15 ④ -20 ⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$
ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -5$
i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

13. 방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ ($0 < x < 4$)의 모든 근의 합은?

- ① $2\sqrt{6}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

이차방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ 에서
(i) $0 < x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $x^2 - 4 = 0, (x + 2)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 2$
그런데 $0 < x < 1$ 이므로 해가 없다.
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $x^2 - 5 = 0, (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{5}$ 또는 $x = \sqrt{5}$
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 해가 없다.
(iii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$ 이므로
 $x^2 - 6 = 0, (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{6}$ 또는 $x = \sqrt{6}$
그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 $x = \sqrt{6}$
(iv) $3 \leq x < 4$ 일 때, $[x] = 3$ 이므로
 $x^2 - 7 = 0, (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{7}$ 또는 $x = \sqrt{7}$
그런데 $3 \leq x < 4$ 이므로 해가 없다.
따라서 모든 근의 합은 $\sqrt{6}$

14. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

㉠ $x^2 + ax + b = 0$	㉡ $x^2 + bx + a = 0$
㉢ $ax^2 + x + b = 0$	㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 이 만족하려면 $b > 0, a < 0$

㉠ $x^2 + ax + b = 0, D = a^2 - 4b$

$b \leq \frac{a^2}{4}$ 일 때만 실근 존재

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

$D = b^2 - 4a > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

$D = 1 - 4ab > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

$D = a^2 - 4b^2, a^2 \geq 4b^2$ 일 때만 실근 존재

15. $x^2 + 2\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}x + \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} = 0$ 의 근을 판별하면?
(단, a, b, c 는 서로 다른 양의 실수이다.)

- ① 서로 다른 두 허근
- ② 서로 다른 두 실근
- ③ 서로 같은 두 실근
- ④ 서로 다른 두 허근
- ⑤ 한 근은 실근, 한 근은 허근

해설

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{bc}} - \frac{1}{\sqrt{ca}} \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{bc}} - \frac{1}{\sqrt{ca}} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \right\} > 0 \end{aligned}$$

따라서 서로 두 실근을 갖는다.
(단, $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$ 일 때 중근)

16. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은

$$D = 25 + 8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$

따라서, 정수 $k = -3, -2, -1$

$\therefore$ 정수 k 의 개수는 3개

17. x 에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3} + 1)x^2 + (\sqrt{3} + 1)x - 2\sqrt{3} = 0$$

- ① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$((\sqrt{3} + 1)x - 2)(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3}) = -1$$

18. x 에 대한 2차 방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 한근이 $1 + \sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은?

① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 2 ④ -2 ⑤ 0

해설

다른 한 근을 α 라 하면

두 근의 곱은 $(1 + \sqrt{5})\alpha = 4$

따라서 $\alpha = -1 + \sqrt{5}$

$\therefore$ 두 근의 합은 $(1 + \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{5}) = a$

$\therefore a = 2\sqrt{5}$

19. 서현이와 주현이가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 을 함께 풀었다. 그런데 서현이는 a 를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는 b 를 잘못 보고 풀어서 두 근 $-1, -4$ 를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?

- ① $x^2-5x+3=0$
- ② $x^2+5x+3=0$
- ③ $x^2+5x+13=0$
- ④ $x^2+5x-13=0$
- ⑤ $x^2+5x+15=0$

해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수 a 를 a' ,
주현이가 잘못 본 상수항 b 를 b' 이라 하자.
 $x^2+a'x+b=0$ 의 두 근이 1, 3이므로
 $b=1\times 3=3$
 $x^2+ax+b'=0$ 의 두 근이 $-1, -4$ 이므로
 $-a=(-1)+(-4)=-5$
 $\therefore a=5$
따라서 처음의 이차방정식은 $x^2+5x+3=0$