

1. 방정식 $a(ax - 1) = 2(ax - 1)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $a = 0$ 일 때, 부정

② $a = 2$ 일 때, 불능

③ $a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

④ $a \neq 0$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

해설

$a(ax - 1) = 2(ax - 1), a^2x - 2ax = a - 2$ 에서

$a(a - 2)x = a - 2$

i) $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다. (부정)

iii) $a = 0$ 일 때, $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다. (불능)

따라서 옳은 것은 ⑤뿐이다.

2. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

$|x-1|$ 이 존재하므로 절댓값의 부호에 따라서

$x-1 \geq 0, x-1 < 0$ 으로 구간을 나누면

i) $x \geq 0$ 일 때, $|x-1| = x-1$

$$(x-1)^2 + (x-1) - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0 \quad \therefore x = -2, 3$$

하지만 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

ii) $x < 0$ 일 때, $|x-1| = -(x-1)$

$$(x-1)^2 - (x-1) - 6 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0 \quad \therefore x = -1, 4$$

하지만 $x < 0$ 이므로 $x = -1$

$\therefore$ 두 근의 합은 $3 + (-1) = 2$

3. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\quad\text{가}\quad)$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\quad\text{나}\quad)}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\quad\text{다}\quad)}{2a}$$

- ①

$\frac{b^2}{4a^2}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
- ②

$\frac{b}{2a}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
- ③

$\frac{b}{2a}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
- ④

$\frac{b}{4a^2}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
- ⑤

$\frac{b}{a}, \left(\frac{b}{2}\right)^2-ac, \pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=$

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

4. 실수 a, b 에 대하여 연산*를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x - 6) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x * (x - 6) &= 0 \text{ 에서} \\x^2 + x - 6 &= 0 \\(x + 3)(x - 2) &= 0 \\\therefore x &= -3, 2 \\\therefore \alpha &= -3, \beta = 2 \ (\alpha < \beta) \\\therefore \alpha + 2\beta &= 1\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 해는 $x = a$ 또는 $x = p + qi$ 이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라. (단, a, p, q 는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(-3+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 - 2(2+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$x^2 - (2+i)x + 1+i = 0$$

$$(x-1)\{x-(1+i)\} = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 1+i$$

$$\therefore a + p + q = 3$$

6. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii) 에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

7. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -2, x = 3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로

두 근의 합은 2

8. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.
(단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1이다.

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{5}i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -36 ② -18 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

a, b 가 실수이므로
이차방정식의 한 근이 $2 + \sqrt{5}i$ 이면
다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}i$ 이다.
근과 계수의 관계의 의하여
 $-a = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 4$
 $\therefore a = -4$
 $b = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 9$
 $\therefore ab = -36$

10. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + 2bx + 3a = 0$ 를 동시에 만족하는 x 는 -1 밖에 없을 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = -1$ 은 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$,

$x^2 + 2bx + 3a = 0$ 의 공통근이므로

$1 - a + b = 0$, $1 - 2b + 3a = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -3$, $b = -4$

$\therefore ab = 12$

11. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근 을 가진다.
- ② $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.
- ③ $m = 0$ 또는 4일 때, $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.
- ④ $k \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다
- ⑤ $x^2 - 6x + a = 0$ 은 $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

- ① $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$
 - ② $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$
 - ③ $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$
 - ⑤ $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$
- $\Rightarrow$ ④ $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a + 2i)x + b + 4i = 0$ (a, b 는 실수)의 두 근이 같을 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤ 9

해설

$x^2 + (a + 2i)x + b + 4i = 0$ 의 두 근이 같으므로

$$D = (a + 2i)^2 - 4(b + 4i) = 0$$

$$\therefore (a^2 - 4b - 4) + 4(a - 4)i = 0$$

a, b 는 실수이므로 복소수의 상등에 관한 정의에 따라

$$a^2 - 4b - 4 = 0, \quad 4(a - 4) = 0$$

연립하여 풀면,

$$a = 4, \quad b = 3 \quad \therefore a + b = 7$$

13. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + 2(a-1)x - (a+1) = 0$ 은 어떤 근을 갖는지 판별하시오. (단, a 는 실수)

① 중근

② 한 실근과 한 허근

③ 서로 다른 두 실근

④ 서로 같은 두 실근

⑤ 서로 다른 두 허근

해설

$$ax^2 + 2(a-1)x - (a+1) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (a-1)^2 + a(a+1)$$

$$= a^2 - 2a + 1 + a^2 + a$$

$$= 2a^2 - a + 1 = 2\left(a^2 - \frac{1}{2}a\right) + 1$$

$$= 2\left(a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{16}\right) + 1 - \frac{1}{8}$$

$$= 2\left(a - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

14. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a + 2)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 4 ③ 2 ④ -1 ⑤ -3

해설

$$\text{중근 : } \frac{D}{4} = 0$$

m 값에 관계없이 성립 : m 에 대한 항등식

$$\frac{D}{4} = (a + m + 2)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m \cdot (2a + 4) + (4 + 4a + 2b) = 0$$

$$2a + 4 = 0, \quad a = -2$$

$$4 + 4a + 2b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore a + b = 0$$

15. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x - \alpha)(x - \beta) = 0 (a \neq 0) \text{에서} \\ f(5x - 7) &= a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0 \\ \therefore 5x &= 7 + \alpha, 7 + \beta \\ \therefore x &= \frac{7 + \alpha}{5}, \frac{7 + \beta}{5} \\ \text{따라서, 구하는 두 근의 합은} \\ \frac{14 + \alpha + \beta}{5} &= \frac{20}{5} = 4 \end{aligned}$$

16. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{5}}{3}$
④ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

해설

$3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -\frac{4}{3}, \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

한편, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha - \beta)^2$

$$= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이므로}$$

$$|\alpha - \beta|^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{16}{9} + \frac{8}{3}$$

$$= \frac{40}{9}$$

$$\text{따라서, } |\alpha - \beta| = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{22}{25}$ ④ $\frac{22}{5}$ ⑤ -2

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 5$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^2} \\ &= \frac{8 - 15 \times 2}{25} = -\frac{22}{25} \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $x^2 - 5x - m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 4배일 때, 상수 m 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

주어진 식의 한 근이 다른 한 근의 4배이므로

두 근을 α , $4\alpha (\alpha \neq 0)$ 로 놓으면

$$\alpha + 4\alpha = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \cdot 4\alpha = -m \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $\alpha = 1$, $m = -4$

해설

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax - a + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 4$ 를 만족한다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 0, 2 ④ -4, 0 ⑤ -4, 2

해설

$$\alpha + \beta = -a$$

$$\alpha\beta = -a + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-a)^2 - 2(-a + 2) \\ &= a^2 + 2a - 4\end{aligned}$$

$$a^2 + 2a - 4 = 4, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0 \quad \therefore a = -4, 2$$

20. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2 - (2a - 1)x + 6 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 9 ④ 13 ⑤ 25

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = b$
 $x^2 - (2a - 1)x + 6 = 0$ 의 두 근이 a, b 이므로
근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} a + b = 2a - 1 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ ab = 6 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $b = a - 1$ 이것을 ㉡에 대입하면
 $a(a - 1) = 6, a^2 - a - 6 = 0, (a + 2)(a - 3) = 0$ 에서
 $a = -2$ 또는 $a = 3$
 $\therefore (a, b) = (-2, -3), (3, 2)$
어느 경우에도 $a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13$ 이다.

21. x 에 대한 다항식 $(x^2 + 2x)^2 + 3(x^2 + 2x) - 4$ 를 계수가 복소수인 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x - 1)$

② $(x^2 + 2x + 4)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

③ $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

④ $(x^2 - 2x + 4)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

해설

$x^2 + 2x = Y$ 라 하면,

(준식)

$$= Y^2 + 3Y - 4 = (Y - 1)(Y + 4)$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 4)$$

$$= (x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

22. x 에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 근의 공식을 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 $-1, 2$ 를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서

두 근을 합하면 $-\frac{2b}{a}$ 이므로

$-\frac{2b}{a} = -1 + 2 = 1$ 이다.

따라서 준 식은 $-2bx^2 + bx + c = 0$ 이 되고

따라서 (두근의 합) $= -(-\frac{b}{2b}) = \frac{1}{2}$

23. 실계수 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + i$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ -1 ④ -2 ⑤ 4

해설

실계수 방정식에서 $2 + i$ 가 근이면 $2 - i$ 도 근이다.

따라서 두 근의 합 $-a = 4 \quad \therefore a = -4$

두 근의 곱 $b = 5$

$a + b = 1$

24. x 의 이차방정식 $x^2 + (a^2 - a - 12)x - a + 3 = 0$ (a 는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha + \beta = -(a^2 - a - 12) = 0, \alpha\beta = -a + 3 < 0$
 $\therefore a = 4$

25. 방정식 $|x+1| + \sqrt{(x-2)^2} = x+3$ 의 근을 α, β 라 할 때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 0

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-(x+1) - (x-2) = x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ ($x < -1$ 에 부적합)
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1 - (x-2) = x+3$
 $\therefore x = 0$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1 + x-2 = x+3$
 $\therefore x = 4$
(i), (ii), (iii)에 의해 $x = 0, 4$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

26. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$
㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

27. 방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때 $a^3 + b^3 - 3ab$ 의 값을 구하면 ? (단, a, b 는 실수)

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - \{1 + (a + b)^2\} \cdot 2 \geq 0$$

$$-(a + b)^2 - 2(a + b) - 1 \geq 0$$

양변에 -1 을 곱하면

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\{ (a + b) + 1 \}^2 \leq 0$$

그런데 a, b 가 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 - 3ab &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 3ab \\ &= (-1)^3 - 3ab(-1) - 3ab \\ &= -1 \end{aligned}$$

28. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2 + 2cx + a-b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② $a = b$ 인 이등변삼각형

③ $b = c$ 인 이등변삼각형

④ a 가 빗변인 직각삼각형

⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

해설

a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이므로
 $a > 0, b > 0, c > 0$
따라서, $a + b > 0$ 이므로 준식은 이차식이다.
준식이 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$
 $\frac{D}{4} = c^2 - (a+b)(a-b) = 0$
정리하면, $c^2 - a^2 + b^2 = 0$
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$
따라서, a 가 빗변인 직각삼각형

29. 이차식 $x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 12

해설

$x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(-6y^2 + ay - 1)}}{2}$$

$$= \frac{y \pm \sqrt{25y^2 - 4ay + 4}}{2}$$

일차식의 곱으로 인수분해가 되려면 $\sqrt{\quad}$ 안에 있는

$25y^2 - 4ay + 4$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

즉, $25y^2 - 4ay + 4 = (5y \pm 2)^2$

$\therefore -4a = \pm 20,$

$a = \pm 5$

$\therefore$ 양수 a 는 5

30. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 두 수 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 - bx + 4 = 0$ 이다. 이 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = a$
한편, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 방정식은
 $(\alpha + \beta) + \alpha\beta = a + 2$
 $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha\beta) = 2a$ 에서
 $x^2 - (a + 2)x + 2a = 0 \dots\dots\text{㉠}$
㉠이 $x^2 - bx + 4 = 0$ 과 같으므로
 $a + 2 = b, 2a = 4$ 에서 $a = 2, b = 4$
 $\therefore a + b = 2 + 4 = 6$