

1. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

2. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② $\sqrt{101} - 1$
- ③ $\sqrt{102} - 1$
- ④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$
- ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2} \\ f(1) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(2) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(99) &= \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101} \\ f(100) &= \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102} \\ \therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102} \\ &= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102} \\ &= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102} \\ &= -1 + \sqrt{102} \end{aligned}$$