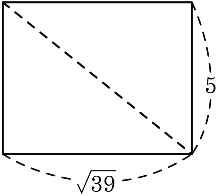
1. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이는?

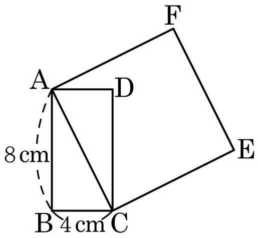


① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{7}$ ③ 8 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 9

해설

피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{5^2 + \sqrt{39}^2} = 8$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선을 한 변으로 하는 정사각형 ACEF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AC}$ 의 길이는
피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$

정사각형 ACEF 의 넓이는 $\overline{AC}^2$ 이므로
$(4\sqrt{5})^2 = 80(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 대각선의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각형의 넓이는?

① 12　　② 18　　③ 24　　④ 36　　⑤ 42

해설

피타고라스 정리를 적용하여

$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$

$2x^2 = 72$

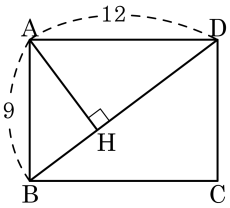
$x^2 = 36$

그런데, $x > 0$ 이므로

$x = \sqrt{36} = 6$

따라서 $6 \times 6 = 36$ 이다.

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

5. 넓이가 $36\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 12 cm

해설

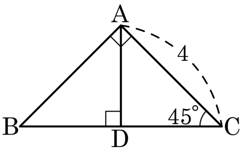
정삼각형의 한 변의 길이를 $a\mathrm{cm}$ 라 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3}$$

$$a^2 = 144$$

$$\therefore\ a = 12(\mathrm{cm})$$

6. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 구하면?



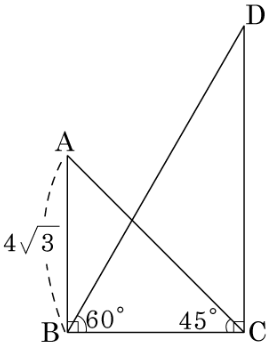
① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{\mathrm{DC}} : 4$, $\overline{\mathrm{DC}} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AD}} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{\mathrm{BD}} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{\mathrm{BC}} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ACB = 45°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BD} = 8\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{AB} = 4\sqrt{3}$
$\overline{BD} = 2\overline{BC} = 8\sqrt{3}$

8. 두 점 $\mathrm{P}(2,\ 2)$, $\mathrm{Q}(a, -1)$ 사이의 거리가 $3\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, 점 Q 는 제3 사분면의 점이다.)

① -8 ② -6 ③ -4 ④ 4 ⑤ 8

해설

$\sqrt{(2-a)^2+3^2}=3\sqrt{5}$ 에서 $a=-4,\ 8$ 이다.
점 Q 는 제3 사분면 위에 있으므로
$a<0,\ a=-4$ 이다.

9. 다음 중 원점 $O(0,0)$와의 거리가 가장 먼 점은?

① $A(-1,\ -2)$　② $B(1,\ -1)$　③ $C(2,\ 3)$

④ $D(\sqrt{2},\ 1)$　⑤ $E(-2,\ -1)$

해설

① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$

10. 좌표평면 위의 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2+(a-1)^2}=\sqrt{34}$ 이다.

$a^2-2a-8=0$, $(a-4)(a+2)=0$

$\therefore a=4$

11. 좌표평면 위의 세 점 A$(-1,\ 2)$, B$(5,\ -2)$, C$(1,\ 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle$ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 예각삼각형

④ 직각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{6^2 + (-4)^2} = \sqrt{52}$

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(-4)^2 + 7^2} = \sqrt{65}$

$\overline{\mathrm{CA}} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

$\overline{\mathrm{BC}^2} = \overline{\mathrm{AB}^2} + \overline{\mathrm{CA}^2}$ 이므로 직각삼각형

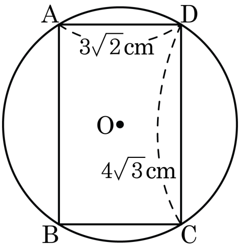
12. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 원점 사이의 거리는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y축과 만나는 점은 $(0,\ 5)$ 이다.
따라서 원점과의 거리는 5 이다.

13. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 가로의 길이가 $3\sqrt{2}$cm , 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① $6\sqrt{6}\pi\,\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{6}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $33\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^2$

④ $\dfrac{33}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $66\pi\,\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$

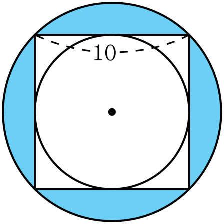
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = \sqrt{66}\,\text{cm}$

이 원의 지름이 $\sqrt{66}\,\text{cm}$ 이므로

반지름은 $\dfrac{\sqrt{66}}{2}$ cm 이고 이 원의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{66}}{2} \times \dfrac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \dfrac{33}{2}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a+b\pi$ 라면 $b-a$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)



① 50 ② 100 ③ 150

④ 200 ⑤ 250

해설

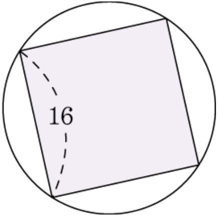
한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$(5\sqrt{2})^2\pi-10^2=50\pi-100$ 이므로

$a=-100,\ b=50$

따라서 $b-a=50-(-100)=150$ 이다.

15. 동그란 접시위에 다음과 같이 접시에 내접하도록 정사각형 모양의 식빵을 잘라 놓으려고 한다. 식빵의 한 변의 길이를 16 으로 잘라야 할 때, 접시의 지름이 최소한 몇이어야 하는가?



① $15\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{2}$ ④ $16\sqrt{3}$ ⑤ $17\sqrt{2}$

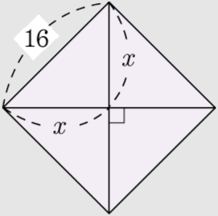
해설

$2x^2 = 256$

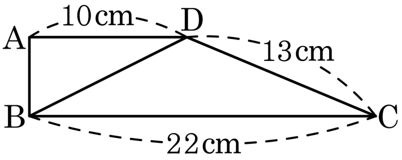
$x^2 = 128$

$x = 8\sqrt{2}$

(접시의 지름) $= 8\sqrt{2} \times 2 = 16\sqrt{2}$



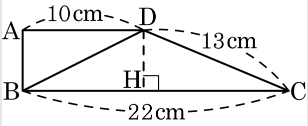
16. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle A = \angle B = 90°$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 22\text{cm}$, $\overline{DC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5\sqrt{5}$ cm

해설

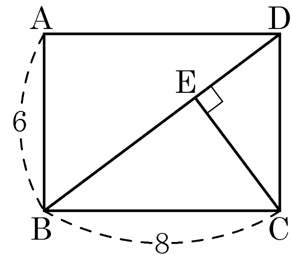


꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자.

$\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$

$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

17. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\text{BE}}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{32\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{32}{25}$ ③ $\frac{32}{5}$
④ $\frac{64}{5}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{5}}{25}$

해설

$\overline{\text{BD}} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$

$\triangle$BCD 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 10\times \overline{\text{CE}} = \frac{1}{2}\times 6\times 8 \quad \therefore \overline{\text{CE}} = \frac{24}{5}$ $\triangle$CBE 에서

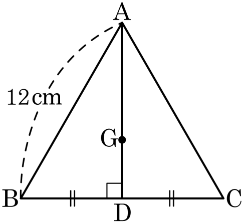
$$\overline{\text{BE}} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{64 - \frac{576}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{1024}{25}}$$

$$= \frac{32}{5}$$

18. 한 변의 길이가 12 cm 인 정삼각형의 한 중선을 $\overline{AD}$, 무게중심을 G 라고 할 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하면?



① 2 cm
② $3\sqrt{2}$ cm
③ $2\sqrt{3}$ cm
④ 3 cm
⑤ 4 cm

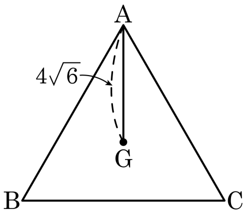
해설

$\overline{AD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ ($\because$ 정삼각형의 높이)

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ ($\because$ G 는 무게중심)

$\therefore\ \overline{GD} = 6\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = 2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

19. 다음 그림의 정삼각형에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게 중심이고, $\overline{AG} = 4\sqrt{6}$ 일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{3}$

④ $72\sqrt{3}$ ⑤ $144\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면,

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로

$\overline{AG} = (\text{정삼각형의 높이}) \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \times \frac{2}{3}$

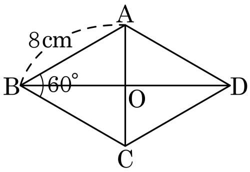
$\frac{\sqrt{3}}{2}a \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{6}$ 이므로

$\therefore\ a = 12\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(12\sqrt{2}\right)^2 = 72\sqrt{3}$ 이다.

20. 다음 마름모 ABCD 에서 $\overline{AB}=8\,\text{cm}$ 이고, $\angle B=60^\circ$ 일 때, $\overline{AO}+\overline{DO}$ 를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4+4\sqrt{3}$ cm

해설

마름모 ABCD 이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=8\,\text{cm}$ 이다. $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 이고,

마름모의 넓이는 $32\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 이고,

$\overline{AC}\times\overline{BD}=64\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 이고 $\overline{BD}=8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{AC}=8\,\text{cm}$

$\overline{AO}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=4\,\text{cm}$

$\overline{DO}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

따라서 $\overline{AO}+\overline{DO}=4+4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 이다.

21. 원에 내접하는 정육각형의 넓이가 $24\sqrt{3}$ 일 때, 정육각형의 둘레의 길이를 구하여라.

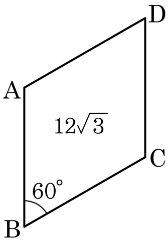
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 개의 정삼각형은 $24\sqrt{3} \div 6 = 4\sqrt{3}$ 이다. 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}$, $a^2 = 16$, $a = 4$ ($\because$ $a > 0$) 이다. 따라서 정육각형의 둘레의 길이는 $6 \times 4 = 24$ 이다.

22. 다음은 마름모 ABCD 를 그린 것이다. 마름모의 넓이가 $12\sqrt{3}$ 이고, $\angle B = 60°$ 일 때, 이 마름모의 한 변의 길이는?



① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

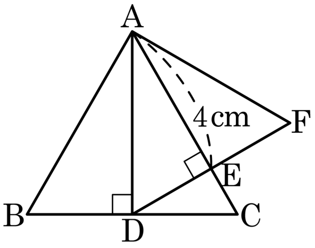
점 A 와 점 C 를 이으면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $6\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 한 변의 길이를 a 라고 하면 넓이는

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 6\sqrt{3}\ ,\ a^2 = 24$$

$$\therefore\ a = 2\sqrt{6}$$

23. 다음 그림과 같이 높이가 4cm 인 정삼각형 ADF 의 한 변을 높이로 하는 정삼각형 ABC 의 넓이를 고르면?



① $\dfrac{32\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ② $\dfrac{40\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{48\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$
④ $\dfrac{56\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{64\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$

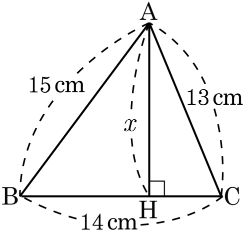
해설

$\triangle$ADF 에서 $\overline{AE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\overline{AD} = 4 \therefore \overline{AD} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \therefore \overline{AB} = \dfrac{16}{3}(\text{cm})$

($\triangle$ABC의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{16}{3} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} = \dfrac{64\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^2)$

24. 삼각형이 아래 그림과 같이 주어졌을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $84\,\text{cm}^2$ ② $86\,\text{cm}^2$ ③ $88\,\text{cm}^2$

④ $90\,\text{cm}^2$ ⑤ $92\,\text{cm}^2$

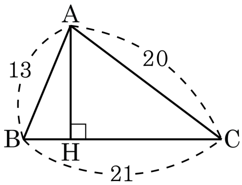
해설

$\overline{BH} = a$라 하면 $15^2 - a^2 = 13^2 - (14-a)^2,\ a = 9$

따라서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(\text{cm})$이다.

그러므로 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = x$ 라고하면 $\overline{\mathrm{CH}} = 21 - x$

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{13^2 - x^2} = \sqrt{20^2 - (21 - x)^2}$이므로

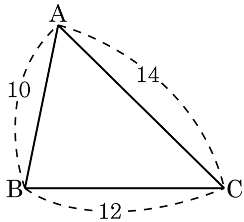
$169 - x^2 = 400 - (21 - x)^2$,

$169 - x^2 = 400 - 441 + 42x - x^2$,

$42x = 210$, $\therefore x = 5$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

26. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이를 구하면?



① $24\sqrt{6}$　② $12\sqrt{6}$　③ $8\sqrt{6}$

④ $\dfrac{14\sqrt{6}}{3}$　⑤ 24

해설

점 A에서 변 BC에 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{BH} = x$라고 하면 $\overline{CH} = 12 - x$이다.

$\triangle ABH$ 에서

$\overline{AH}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = 10^2 - x^2$ 이고

$\triangle ACH$ 에서

$\overline{AH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2 = 14^2 - (12 - x)^2$

$\overline{AH}^2 = 10^2 - x^2 = 14^2 - (12 - x)^2$ 에서

$100 - x^2 = 196 - 144 + 24x - x^2$

$24x = 48$

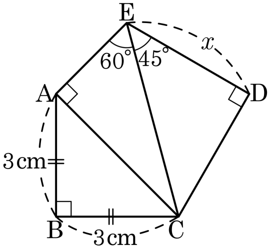
$\therefore\ x = 2$

따라서 직각삼각형 ABH 에서

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{6} = 24\sqrt{6}$ 이다.

27. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle EAC$, $\triangle EDC$ 는 모두 직각삼각형이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = 3\,\mathrm{cm}$, $\angle AEC = 60°$, $\angle CED = 45°$ 일 때, $\triangle EDC$ 의 넓이는?



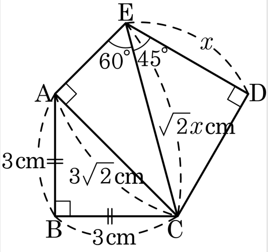
① $3\,\mathrm{cm}^2$　② $4\,\mathrm{cm}^2$

③ $6\,\mathrm{cm}^2$　④ $8\,\mathrm{cm}^2$

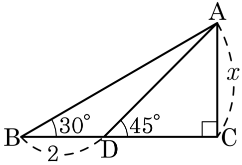
⑤ $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{2}x$ 　$\triangle AEC$ 에서 $\sqrt{2}x : 3\sqrt{2} = 2 : \sqrt{3}$
$\sqrt{6}x = 6\sqrt{2}$ 　$\therefore\ x = 2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle EDC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.



28. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 2$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① $1+\sqrt{2}$ ② $1+\sqrt{3}$

③ $2+\sqrt{3}$ ④ $3+\sqrt{3}$

⑤ $4+\sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} = x$라 하면

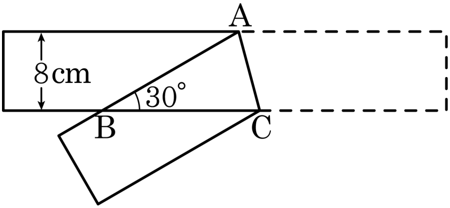
$1 : \sqrt{3} = x : x+2$

$\sqrt{3}x = x+2$

$(\sqrt{3}-1)x = 2,\ x = \dfrac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3+\sqrt{3}$ 이다.

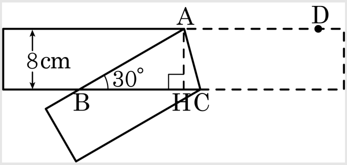
29. 다음 그림과 같이 폭이 8cm 인 종이 테이프를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 64 cm^2

해설



$\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었으므로

$\angle DAC = \angle BAC$

$\angle DAC = \angle ACB$(∵ 엇각)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{BC}$

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

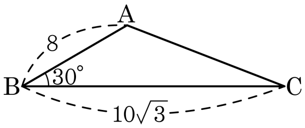
$\overline{AH} = 8(cm)$, $\overline{AB} = 2\overline{AH} = 16(cm)$

$\therefore\ \overline{BC} = 16(cm)$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64(cm^2)$

이다.

30. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 10\sqrt{3}$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{31}$ ⑤ $4\sqrt{31}$

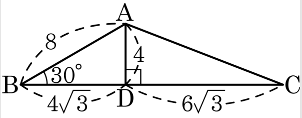
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D 라 하면 $1 : 2 = \overline{AD} : 8$, $\overline{AD} = 4$

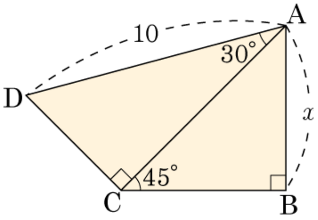
$\sqrt{3} : 1 = \overline{BD} : 4$, $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$

$\overline{CD} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{4^2 + (6\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{31}$



31. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 45°$, $\angle CAD = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



① $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ ② $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$ ④ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

해설

$\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$2 : \sqrt{3} = 10 : \overline{AC}$, $2\overline{AC} = 10\sqrt{3}$

$\overline{AC} = 5\sqrt{3}$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로

$x : 5\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$, $\sqrt{2}x = 5\sqrt{3}$

$\therefore\ x = \dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{6}}{2}$

32. 두 점 $A(3,\ 1-a)$, $B(2a+1,\ 4)$ 사이의 거리가 $\sqrt{37}$ 이 되도록 하는 모든 실수 a 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{24}{5}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(2a+1-3)^2+(4-1+a)^2} = \sqrt{37}$ 이므로

$(2a-2)^2+(3+a)^2 = 37$

$5a^2-2a+13-37=0$

$5a^2-2a-24=0$

$(5a-12)(a+2)=0$

a 가 되는 두 실수 근의 곱은 $-\dfrac{24}{5}$ 이다.

33. 좌표평면 위의 네 점 $A(0,\ 0)$, $B(3,\ 4)$, $C(7,\ 4)$, $D(4,\ 0)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD 는 어떤 사각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

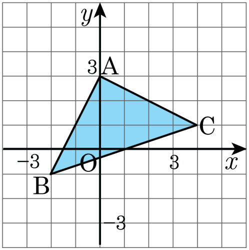
$\overline{AB} = \sqrt{(3^2+4^2)} = 5$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = \sqrt{(7-4)^2+4^2} = 5$, $\overline{DA} = 4$

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$ 이므로 직사각형 또는 평행사변형이다.

$\overline{AC} = \sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{65}$

$\triangle ABC$ 에서 $(\sqrt{65})^2 > 5^2+4^2$ 이므로, $\angle ABC \neq 90°$ 이다. 그러므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

34. 다음 그림과 같이 세 점 $A(0,\ 3)$, $B(-2,\ -1)$, $C(4,\ 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$

② $\overline{BC} = 2\sqrt{10}$

③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

④ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{2^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{5}$
$\overline{BC}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{(-2-4)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{10}$ 이다.
$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{4^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이다.

35. 꼭짓점의 좌표가 다음과 같은 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

A(3, 5) B(3, 2) C(5, 2)

▶ 답 :

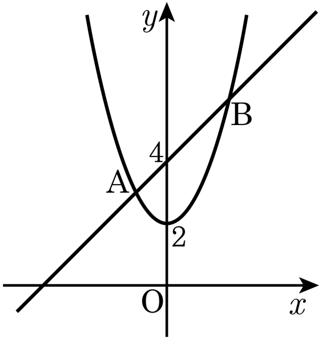
▷ 정답 : 직각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(3-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{0+9} = \sqrt{9}$
$\overline{BC} = \sqrt{(3-5)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4}$
$\overline{CA} = \sqrt{(5-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$\overline{AB^2} + \overline{BC^2} = \overline{CA^2}$ 이므로 직각삼각형

36. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 + 2$ 와 직선 $y = x + 4$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 만날 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

$x^2 + 2 = x + 4$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x - 2)(x + 1) = 0$

$\therefore\ x = 2,\ -1$ 이므로 $\mathrm{A}(-1,\ 3),\ \mathrm{B}(2,\ 6)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + (6 - 3)^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

37. 이차함수 $y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$ 의 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$$

$y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+1$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 1)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(6-3)^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{25}=5$ 이다.

38. 두 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+4x-8$ 과 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+5$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\sqrt{149}$

해설

$y=-\frac{1}{3}x^2+4x-8$

$y=-\frac{1}{3}(x-6)^2+4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 4)$ 이고,

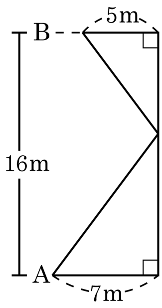
$y=\frac{1}{2}x^2+4x+5$

$y=\frac{1}{2}(x+4)^2-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ -3)$ 이다.

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는

$\sqrt{\{6-(-4)\}^2+\{4-(-3)\}^2}=\sqrt{149}$ 이다.

39. 태민이네 학교에서 달리기 대회를 개최하는데 다음 그림과 같이 A지점을 출발하여 학교 내에 일직선상으로 설치되어있는 벽을 한번 이상 거쳐서 B 지점에 도착하여야 한다. 태민이가 달려야 할 최소 거리는?

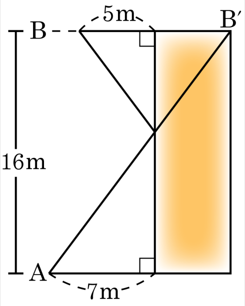


① 16 m ② 17 m ③ 18 m

④ 19 m ⑤ 20 m

해설

B를 벽에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면



$\overline{AB'}$ 의 길이가 구하는 최소의 거리이다.

∴ 구하는 최소 거리는 $\sqrt{(5+7)^2+16^2}=20(\mathrm{m})$ 이다.

40. 다음 중 좌표평면 위의 원점 O 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4 인 원의 외부에 있는 점의 좌표를 구하면?

① $A(1,\ 3)$ ② $B(-4,\ 0)$ ③ $C(-2,\ -\sqrt{5})$

④ $D(\sqrt{13},\ 2)$ ⑤ $E(3,\ -\sqrt{7})$

해설

$\overline{OA} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} < 4$

$\overline{OB} = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$

$\overline{OC} = \sqrt{(-2)^2 + (-\sqrt{5})^2} = 3 < 4$

$\overline{OD} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 + 2^2} = \sqrt{17} > 4$

$\overline{OE} = \sqrt{3^2 + (-\sqrt{7})^2} = \sqrt{16} = 4$

따라서, 점 D 는 원의 외부에 있다.

41. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6 : \sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.

새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}\,x$ 라고 하면

피타고라스 정리에 따라

$(6x)^2 + (\sqrt{14}x)^2 = 20^2$

$50x^2 = 400$

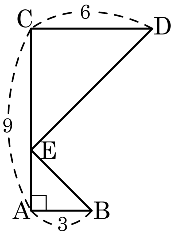
$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{2}$

따라서 가로의 길이는 $6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$(인치)

세로의 길이는 $\sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7}$(인치)

이므로 $a+b+c+d = 25$ 이다.

42. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC}=9$, $\overline{AB}=3$, $\overline{CD}=6$ 일 때, $\overline{DE}+\overline{BE}$ 의 최솟값은?



① 3　② 6　③ 9

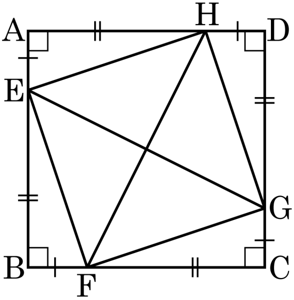
④ $6\sqrt{2}$　⑤ $9\sqrt{2}$

해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D′ 이라고 하면 $\overline{BE}+\overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.

$\therefore \overline{D'B}=\sqrt{9^2+9^2}=9\sqrt{2}$ 이다.

43. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 1$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

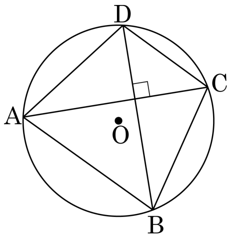
▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$\triangle HAE$ 는 $\overline{AH} = 3$,$\overline{AE} = 1$ 인 직각삼각형이므로
$\overline{HE} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$
$\overline{HF}$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 정사각형 HEFG의 대각선의 길이와 같다.

$\therefore \overline{HF} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{5}$

44. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

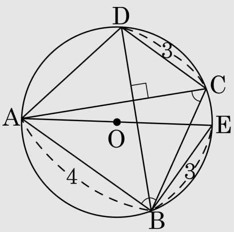


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로

$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠

또한 삼각형 ABE 에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 $90°$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$

$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$

$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 이므로

원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

45. 넓이가 16π 인 원 O 에 외접하는 삼각형 중 세 변의 길이가 연속하는 자연수인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

삼각형의 세 변의 길이가 연속하는 자연수이므로 세 변의 길이를 각 각 x, $x+1$, $x+2$ 로 놓으면 헤론의 공식에 의해

s$=\dfrac{x+(x+1)+(x+2)}{2}=\dfrac{3x+3}{2}$ 에서

$\triangle ABC=\dfrac{x+1}{4}\sqrt{3(x-1)(x+3)}\cdots$ ㉠

한편, 내접원의 넓이가 16π 이므로 내접원의 반지름의 길이는 4 이다.

$\therefore \triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}x\times4+\dfrac{1}{2}(x+1)\times4+\dfrac{1}{2}(x+2)\times4$

$=6(x+1)\cdots$ ㉡

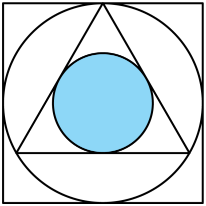
㉠, ㉡에서

$\dfrac{x+1}{4}\sqrt{3(x-1)(x+3)}=6(x+1)$ 따라서, 삼각형의 넓이는

$\therefore x=13(x>0)$

$6(13+1)=84$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 정사각형에 내접한 원에 정삼각형이 내접하고 있고, 정삼각형 안에 원이 또 내접하고 있다. 정사각형의 넓이가 18 일 때, 작은 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{8}\pi$

해설

큰 원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이이므로

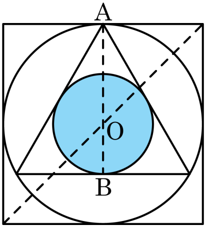
(큰 원의 지름의 길이) $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

이 때, 점 O 는 정삼각형의 무게중심이므로

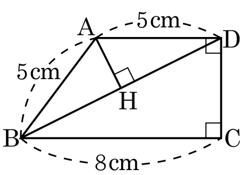
$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AO} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

따라서 작은 원의 넓이는 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 \pi = \frac{9}{8}\pi$

이다.



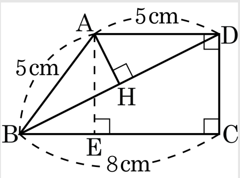
47. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}=5\mathrm{cm}$, $\overline{BC}=8\mathrm{cm}$, $\angle C=\angle D=90°$ 이다. 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{5}$ cm

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면 △ABE 가 직각삼각형이므로

$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2-\overline{BE}^2=5^2-(8-5)^2=16$

$\therefore\ \overline{AE}=4(\mathrm{cm})\ \ (\because\ \overline{AE}>0)$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{AE}=4(\mathrm{cm})$

△BCD 에서

$\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{CD}^2=8^2+4^2=80$

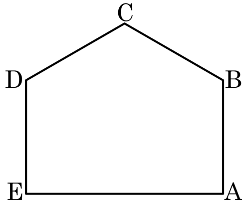
$\therefore\ \overline{BD}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\mathrm{cm})\ (\because\ \overline{BD}>0)$

△ABH 에서

$\overline{AH}^2=5^2-(2\sqrt{5})^2=25-20=5(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{AH}=\sqrt{5}(\mathrm{cm})\ \ (\because\ \overline{AH}>0)$

48. 다음 그림의 오각형 ABCDE 에서 $\angle C = \angle D = 120°$, $\angle E = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$, $\overline{AE} = 8\sqrt{3}$ 일 때, 오각형 ABCDE 의 넓이를 구하여라.



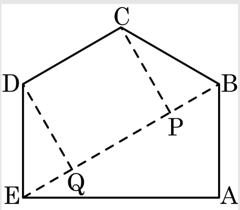
▶ 답 :

▷ 정답 : $80\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{ED}$, $\angle C = \angle D$ 이므로 □BCDE 는 등변사다리꼴이다.

점 C, D 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면



$\overline{BP} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD} = \overline{AE} = 8\sqrt{3}$, $\angle CDB = 30°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$ 이므로

$\therefore \overline{BP} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$, $\overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BE} = \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QE} = 4 + 8 + 4 = 16$

따라서 오각형 ABCDE 의 넓이는 삼각형 ABE 의 넓이와 등변사다리꼴 BCDE 의 넓이의 합이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABE + \square BCDE &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times (16 + 8) \times 4\sqrt{3} \\ &= 80\sqrt{3}\end{aligned}$$

49. 원 O 에 내접하는 정팔각형의 넓이가 $32\sqrt{2}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 중심 O 에서 정팔각형의 이웃하는 두 꼭짓점에 선을 긋고 각각 A, B 라 했을 때,

$\angle AOB = 360° \div 8 = 45°$ 이다.

또 점 A 에서 $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle AOH$ 에서 (반지름의 길이) : $\overline{AH} = \sqrt{2} : 1$

$$\therefore\ \overline{AH} = \frac{(\text{반지름의 길이})}{\sqrt{2}}$$

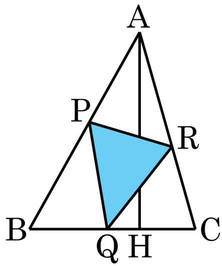
반지름의 길이를 r 이라 하면,

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times r \times \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}r^2$$

따라서 정팔각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{2}}{4}r^2 \times 8 = 2\sqrt{2}r^2 = 32\sqrt{2}$ 이므로

$r = 4$ 이다.

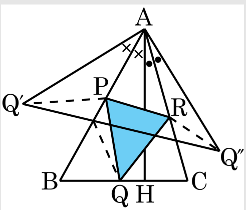
50. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{AH} = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$

$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,

$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

이때, $\overline{AQ} = \overline{AH} = 4$ 이므로 $\triangle PQR$ 의 둘레의 길이의 최솟값은

$\overline{Q'Q''} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ 이다.