**1.** 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2-b^2$　　② $a^3-b^3$
③ $a^3+b^3$　　④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
⑤ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

**2.** 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$ 을 전개하였을 때, $x^2$ 의 계수는?

① 10　　② 13　　③ 16　　④ 19　　⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$ 에서

ⅰ) (일차항)×(일차항) 의 경우 $9x^2$

ⅱ) (이차항)×(상수항) 의 경우 $2\times 5x^2$

즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$

$\therefore$ 19

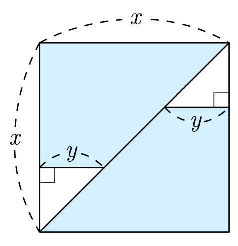
**3.** $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+xz)$$
$$=9+2=11$$

**4.** 다음 그림은 한변의 길이가 $x$인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 $x$, $y$에 관한 식으로 나타내어라.



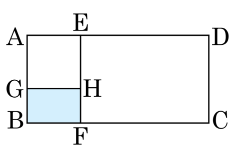

① $xy-y^2$　　② $x^2-y^2$　　③ $x^2-y$

④ $\dfrac{xy-y^2}{2}$　　⑤ $\dfrac{x-y}{2}$

해설

$x^2-2\times\frac{1}{2}\times y\times y=x^2-y^2$

**5.** 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?




① $a^2 - 2ab - b^2$

② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square$GBFH $= \square$ABCD $- \square$AGHE $- \square$EFCD

$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$

$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

**6.** 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

**해설**

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$
④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

**7.** 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$
$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$
$=x^4+x^2y^2+y^4$

**8.** $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$

$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$

$=a^2-(b-c)^2$

$=a^2-b^2-c^2+2bc$

**9.** $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

**해설**

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$

$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$

$= (4a^2-9b^2)^{12}$

$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

**10.** $a^2 = 3$일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$P = \{(2+a)^n + (2-a)^n\}^2 - \{(2+a)^n - (2-a)^n\}^2$

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

$(2+a)^n = \alpha,\ (2-a)^n = \beta$로 놓으면

$$\begin{aligned} P &= \{(2+a)^n + (2-a)^n\}^2 - \{(2+a)^n - (2-a)^n\}^2 \\ &= (\alpha+\beta)^2 - (\alpha-\beta)^2 = 4\alpha\beta \\ &= 4(2+a)^n(2-a)^n = 4(4-a^2)^n \\ &= 4(4-3)^n = 4 \end{aligned}$$

**11.** $2^{16}-1$은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 임을 이용하여 $2^{16}-1$을 인수분해하면
$2^{16}-1=(2^8)^2-1^2$
$=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\cdot17\cdot5\cdot3$
따라서 $2^{16}-1$을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수
즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

**12.** $(2x^3-3x^2+3x+4)(3x^4+2x^3-2x^2-7x+8)$을 전개한 식에서 $x^3$의 계수는?

① 31　② 33　③ 35　④ 37　⑤ 39

해설

$2x^3\times 8-3x^2\times(-7x)+3x\times(-2x^2)+4\times 2x^3=39x^3$

**13.** 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 $x^3$ 의 계수를 각각 $a$, $b$라 할 때, $a-b$의 값은?

① $4^3-5^3$　② $3^3-3^4$　③ 0
④ 1　⑤ $-1$

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$라 놓으면
$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$
$=(A+x^4)^3$
$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$
$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$
이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$은 $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 $x^3$ 의 계수는 같다.
$\therefore\ a-b=0$

**14.** $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.
$a - b = 2004 - 2001 = 3$
$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

**15.** 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144　　② 196　　③ 288　　④ 308　　⑤ 496

해설

세 모서리를 $x,\ y,\ z$라 하면
$x+y+z=22\cdots\cdots$①
$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14\cdots\cdots$②이고
겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이다.
①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$
$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

**16.** 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$ ② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) = 6^2 - 22 = 14$ $\quad \therefore\ d = \sqrt{14}$

**17.** $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+a$가 이차식의 완전제곱이 되도록 $a$의 값을 정하면?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 16

해설

(준식)$= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+a$

여기서, $x^2-8x+7=X$로 놓으면

(준식) $= X(X+8)+a$

$= X^2+8X+a = (X+4)^2+a-16$

따라서 $a=16$

**18.** 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c)=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형　③ 정삼각형
④ 예각삼각형　⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c)=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서
$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}=b^2+2bc+c^2-a^2$
$a^2-(b-c)^2=-a^2+b^2+c^2+2bc$
$2a^2=2b^2+2c^2$
$\therefore\ a^2=b^2+c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 $a$인 직각삼각형이다.

**19.** $x^2+\dfrac{1}{x^2}=14(x>0)$ 일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 68 ⑤ 82

해설

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=(x+\dfrac{1}{x})^2-2$ 이므로

$x+\dfrac{1}{x}=4\ (\because x>0)$

$x^3+\dfrac{1}{x^3}=(x+\dfrac{1}{x})^3-3(x+\dfrac{1}{x})=52$

**20.** 두 실수 $x, y$에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$ , $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ 에서 $3^2 = 7 + 2xy$, $xy = 1$
$(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$ 에서 $x^3 + y^3 = 18$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3) - x^2y^2(x+y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

**21.** $x+y=2,\ x^3+y^3=14$ 일 때, $x^5+y^5$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 32 ③ 52 ④ 82 ⑤ 102

해설

$x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)\cdots(*)$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$\therefore\ 14=8-6xy$

$\therefore\ xy=-1\cdots\cdots$①

$x^3+y^3=14\cdots\cdots$②

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4-2(-1)=6\cdots\cdots$③

①, ②, ③을 $(*)$에 대입하면

$x^5+y^5=6\times 14-2=82$

**22.** $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=4$ 일 때, $x^4+y^4+z^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$
$0 = 4+2(xy+yz+zx)$
$\therefore\ xy+yz+zx = -2$

$(xy+yz+zx)^2$
$= x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2(xy^2z+xyz^2+x^2yz)$
$= x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2xyz(x+y+z)$
$4 = x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+0$
$\therefore\ x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2 = 4$

$(x^2+y^2+z^2)^2 = x^4+y^4+z^4+2(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)$
$16 = x^4+y^4+z^4+2\cdot 4$
$\therefore\ x^4+y^4+z^4 = 8$

**23.** $x+y=2,\ x^3+y^3=14$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $xy=-1$　　② $x^2+y^2=6$　　③ $x^4+y^4=34$

④ $x^5+y^5=86$　　⑤ $x^6+y^6=198$

해설

① $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 에서

$14=2^3-3xy\times 2$

$\therefore\ xy=-1$

② $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 에서

$x^2+y^2=2^2-2(-1)=6$

③ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ 에서

$x^4+y^4=6^2-2(-1)^2=34$

④ $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$ 에서

$x^5+y^5=6\times 14-(-1)^2\times 2=82\neq 86$

⑤ $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3$ 에서

$x^6+y^6=14^2-2(-1)^3=198$

**24.** $a+b=1$ 이고 $a^2+b^2=-1$ 일 때, $a^{2005}+b^{2005}$ 의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$b=1-a$ 를 $a^2+b^2$ 에 대입하여 정리하면

$a^2-a+1=0$ $(a+1)(a^2-a+1)=0$

$a^3+1=0$ $\therefore$ $a^3=-1$

마찬가지 방법으로 $b^3=-1$

$a^{2005}+b^{2005}=(a^3)^{668}\cdot a+(b^3)^{668}\cdot b=a+b=1$

해설

$a^3, b^3$ 의 값을 다음과 같이 구해도 된다.

$a^2-a+1=0$ 에서 $a^2=a-1$

$a^3=a^2\cdot a=(a-1)\cdot a=a^2-a=-1$

마찬가지 방법으로 $b^3=-1$

**25.** $a+b=4$, $a^2+b^2=10$ 일 때, $a^5+b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$a+b=4$ , $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^5+b^5 &= (a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)\\ &= 28\times 10-9\times 4\\ &= 244\end{aligned}$$