

1. 이차함수  $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가  $x$ 축에 접할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때,  $a, b$ 가 실수이므로  $a+2=0, b-1=0$

따라서  $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

2.  $x$ 의 범위가  $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수  $f(x) = x^2 + 2x + C$ 의 최소값이 4가 되도록 상수  $C$ 의 값을 정할 때, 함수  $f(x)$ 의 최대값은?

① 8

② 12

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$$f(x) = (x+1)^2 + C - 1$$

주어진 범위에서  $x = -1$ 일 때

최소값을 가지므로

$$f(-1) = C - 1 = 4 \Rightarrow C = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+1)^2 + 4$$

주어진 범위에서  $x = 3$ 일 때 최대값을 가진다.

$$\Rightarrow f(3) = 4^2 + 4 = 20$$

3. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의  $t$  초 후의 높이가  $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m      ② 35m      ③ 40m      ④ 45m      ⑤ 50m

해설

높이를  $h$  라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

4. 이차함수  $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$  의 최솟값은  $-5$ 보다 크고, 그 그래프가 점  $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $-3$       ②  $-\frac{3}{8}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $3$       ⑤  $6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\ &= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a \end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점  $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값  $-12 + 3a > -5$ 이므로

$$i) a = -\frac{3}{8} \text{ 대입 :}$$

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$$ii) a = 3 \text{ 대입 : } -12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$$

따라서  $a = 3$ 이다.

5. 이차함수  $y = x^2 + mx + m$  의 최솟값을  $M$  이라 할 때,  $M$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

$m = 2$  일 때,  $M$  은 최댓값 1 을 갖는다.