

1. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위를 구하면?

① $-2 < y < 3$

② $-2 < y < 2$

③ $0 < y < 3$

④ $0 < y < 2$

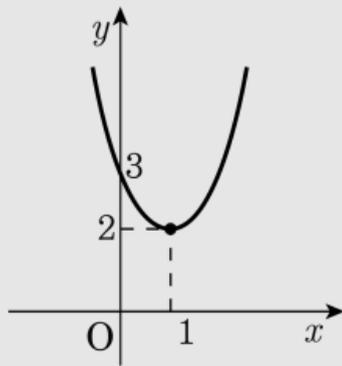
⑤ $2 < y < 3$

해설

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$$

따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.

$f(0) = 3$, $f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



2. 이차함수 $y = a(x+b)^2 + 4$ 에서 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 2 만큼 움직였을 때 최솟값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = a(x+b)^2 + 4$ 에서 $a > 0$ 이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.

x 축의 방향의 이동에 상관없이 y 축의 방향의 이동만 고려하면
되므로

$$4 + 2 = 6$$

3. 지면으로부터 초속 20m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 20t - 5t^2$ 인 관계식이 성립한다. 물체가 가장 높이 올라갔을 때 걸린 시간과 그때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 2초

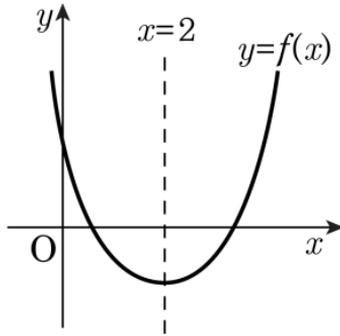
▷ 정답: 20m

해설

$$h = 20t - 5t^2 = -5(t - 2)^2 + 20$$

따라서 $t = 2$ 일 때, 최댓값 20을 갖는다.

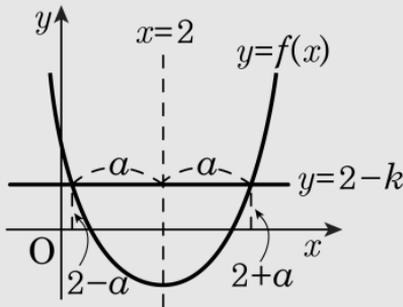
4. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, x 에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = t$ 로 놓으면
 $f(t) = 0$ 을 만족시키는 두 실근은
 $t = 2 - k$ 또는 $t = 2 + k$
 $(0 < k < 2)$ 로 놓을 수 있다.
 $\therefore f(x) = 2 - k$ 또는 $f(x) = 2 + k$



(i) $f(x) = 2 - k$ 를 만족시키는 x 의 값은
 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = 2 - k$ 의 교점의 x 좌표이므로
 $x = 2 - a$ 또는 $x = 2 + a$
(ii) $f(x) = 2 + k$ 를 만족시키는 x 의 값도
마찬가지로 생각하면 $x = 2 - b$ 또는 $x = 2 + b$
따라서 $f(f(x)) = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 합은
 $(2 - a) + (2 + a) + (2 - b) + (2 + b) = 8$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, α 의 최댓값과 β 의 최솟값의 합을 구하여라. (단, $\alpha \geq \beta$ 이고, k 는 실수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 등식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0 \dots \textcircled{7}$ 을 k 에 대하여 정리하면

$$5k^2 + 4kx + (x^2 - 1) = 0 \dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{8}$ 은 k 에 대한 이차방정식이고 k 가 실수이므로 실근을 갖는다. 따라서, 판별식 D 에 대하여

$$\frac{D}{4} = (2x)^2 - 5(x^2 - 1) \geq 0$$

$$-x^2 + 5 \geq 0, \quad x^2 - 5 \leq 0$$

$$\therefore -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \dots \textcircled{9}$$

그런데 α, β 는 $\textcircled{7}$ 의 실근이므로 $\textcircled{9}$ 의 범위 안에 있어야 한다.

$$\therefore -\sqrt{5} \leq \beta \leq \alpha \leq \sqrt{5}$$

α 의 최댓값은 $\sqrt{5}$, β 의 최솟값은 $-\sqrt{5}$

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 0