

1. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 자연수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$, $C = \{11, 13, 15\}$ 일 때, 다음 빈 칸에 들어갈 기호를 순서대로 알맞게 쓴 것은?

$A \square B, \quad B \square C, \quad A \square C$

- ① $\subset, \supset, \supset$ ② $\subset, \not\subset, \supset$ ③ $\not\subset, \supset, \supset$
④ $=, \subset, \supset$ ⑤ $\supset, =, \supset$

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$,
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$,
 $C = \{11, 13, 15\}$ 이므로,
 $A \not\subset B, B \supset C, A \supset C$ 이다.

2. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 3\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 3, 5\}$

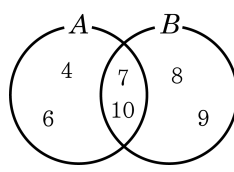
④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

3. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
 $A \cup B$ 의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

$\neg (A \cap B) \subset B$	$\supset A \cap \emptyset = A$
$\supset (A \cup B) \subset B$	$\supset B \cup \emptyset = B$

- ①

$\neg, \supset$
- ②

$\supset, \supset$
- ③

$\supset, \supset$
- ④

$\neg, \supset, \supset$
- ⑤

$\neg, \supset, \supset$

해설

$\supset A \cap \emptyset = \emptyset$
 $\supset B \subset (A \cup B)$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 5$, $n(B) = 7$ 이고 $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

① 8

② 9

③ 10

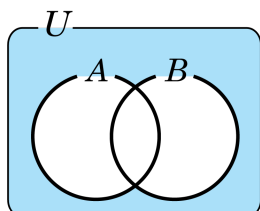
④ 11

⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 5 + 7 - 3 = 9 \end{aligned}$$

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분을 옳게 나타낸 것은?



- ① $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$ ② $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B^c\}$
③ $\{x|x \in A^c \text{ 그리고 } x \in B\}$ ④ $\{x|x \in A^c \text{ 그리고 } x \in B^c\}$
⑤ $\{x|x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A \cup B)^c$ 을 나타낸다.
따라서 ④ $\{x|x \in A^c \text{ 그리고 } x \in B^c\}$ 이다.

7. 다음 함수 중에서 일대일 대응인 것을 고르면?

① $y = 3$

② $x = -1$

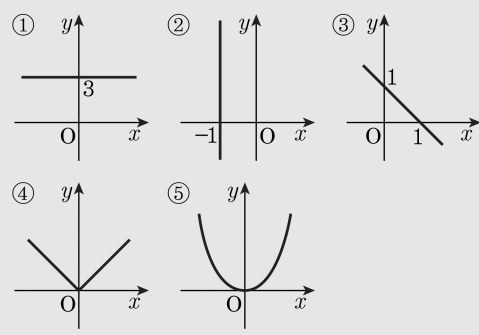
③ $y = -x + 1$

④ $y = |x|$

⑤ $y = x^2$

해설

주어진 함수의 그래프를 살펴보면 다음과 같다.



여기서 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

$x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 을 만족하는 함수를 찾으려 한다.

따라서 만족하는 함수는 ③이다.

8. 다음은 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수이다. 일대일대응인 것은 무엇인가?
- ① $y = -x^2$

③ $y = 3$

⑤ $y = \sqrt{2}x - 2 \ (x \geq 1)$

② $y = -|x|$

④ $y = -2x - 1$

해설

① $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로 일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역) $\neq$ (치역)

② $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로 일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역) $\neq$ (치역)

③ 모든 $x \in X$ 에 대하여 $f(x) = 3$ 이므로 일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) = 3$ 이므로 (공역) $\neq$ (치역)

④ 일대일 함수이고 (공역)=(치역)=(실수 전체의 집합) 이므로 일대일대응이다.

⑤ $x \geq 1$ 일 때, $f(X) \geq 0$ 이므로 일대일 함수이지만 (공역) $\neq$ (치역) 이다.

9. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$ 을 간단히 하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{\sqrt{2} - 1}} = 1 - \sqrt{2} \\ \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2} + 1}} = 1 + \sqrt{2} \\ \therefore (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) &= -1 \end{aligned}$$

10. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{4}{13}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{A} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{B} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{C} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} + \textcircled{C} \text{를 해 주면 } 2(x+y+z)=18k$$

$$\therefore x+y+z=9k$$

$$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$$

$$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$$

11. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$, $x = \sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$

② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$

③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

해설

두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $x = \sqrt{y+1}$ 은

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

12. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2+k}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$
④ $\frac{2n}{2n+1}$

② $\frac{n}{n+1}$
⑤ $\frac{2n}{2n+3}$

③ $\frac{2n}{n+1}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\&= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \\&= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}\end{aligned}$$

13. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1, 2\} \subset A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$

④ $A \subset A$

⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

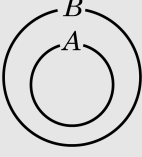
14. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $A \cap B = \emptyset$
- ② $A \cup B = U$
- ③ $B \subset A^c$
- ④ $A - B = \emptyset$
- ⑤ $B \cap A^c = \emptyset$

해설

$A \cap B = A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.

- ① $A \cap B = A$
- ② $A \cup B = B$
- ③ $B \not\subset A^c$
- ⑤ $B \cap A^c \neq \emptyset$



15. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

① $A \cap B = A$

② $A \cap B = A \cup B$

③ $n(A \cup B) = n(B)$

④ $n(A) = n(A \cap B)$

⑤ $A \cup B = U$

해설

$A \cup B \neq U$

16. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

- ① n
- ② $3n - 2$
- ③ $2n + 1$
- ④ n^2
- ⑤ $(n + 1)^2$

해설

$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \cdots$
 $\therefore a_n = n^2$

17. 두 수 $\frac{45}{4}$, $\frac{99}{4}$ 사이에 n 개의 수를 넣어서 만든 $(n+2)$ 개의 수가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 그 합이 180이다. 이때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하는 합을 S_{n+2} 라고 하면

$$S_{n+2} = \frac{(n+2)\left(\frac{45}{4} + \frac{99}{4}\right)}{2} = 180$$

$$18(n+2) = 180, \quad n+2 = 90 \quad \therefore n = 8$$

18. 두 수 2와 12 사이에 8개의 수를 넣어서 만든 수열 $2, a_1, a_2, \dots, a_8, 12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\begin{aligned} & 2 + a_1 + \dots + a_8 + 12 \\ &= \frac{10(2 + 12)}{2} = 70 \\ &\therefore a_1 + \dots + a_8 = 70 - 14 = 56 \end{aligned}$$

19. 2와 162사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어 2, $a, b, c, 162$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루게 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

$$\begin{aligned}b^2 &= 2 \times 162 \\b &= 18 \quad (\because b > 0) \\2, a, 18, c, 162 &\text{가 등비수열을 이루므로} \\a^2 &= 2 \times 18 \\a &= 6 \quad (\because a > 0) \\c^2 &= 18 \times 162 \\c &= 54 \\\therefore a + b + c &= 6 + 18 + 54 = 78\end{aligned}$$

20. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단, $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

1년후 원리합계는 $1000\text{만} \times (1.04)^1$
(10년후 원리합계)
 $= 1000\text{만} \times 1.04^{10}$
 $= 1000\text{만} \times 1.48$
 $= 1480\text{만 (원)}$

21. 수열 $1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, \dots$ 에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7이 나오는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

군으로 나눠 보면
1/ 1, 2/1, 2, 3/ 1, 2, 3, 4/ ...
1군은 1
2군은 1, 2
3군은 1, 2, 3이므로
7군은 1, 2, 3, ..., 7
(6까지의 항의 총수)= $1 + 2 + \dots + 6 = 21$
 $21 + 7 = 28$ (번째 항)

22. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 일반항 a_n 은?

① 2^{n-1}

② $2^{n-1} + n - 1$

③ $2^n - 1$

④ $2^n + n - 2$

⑤ $2^{n+1} - 3$

해설

$a_{n+1} = a_n + 2^n$ 의 양변에 $n = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$ 을 대입하여
변끼리 더하면

$$a_2 = a_1 + 2$$

$$a_3 = a_2 + 2^2$$

$$\vdots$$

$$+) a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$$

$$a_n = a_1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}$$

$$= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k$$

$$= 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}$$

$$= \frac{2^n - 1}{2 - 1}$$

$$= 2^n - 1$$

23. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$ 이고 $a_{n+1} - a_n = 2n - 5$ 일 때, a_{30} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 727

해설

$$\begin{aligned}a_{n+1} - a_n &= b_n = 2n - 5 \\ \therefore a_n &= 2 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k - 5) \\ &= 2 + 2 \times \frac{n(n-1)}{2} - 5(n-1) \\ &= n^2 - 6n + 7 \\ \therefore a_{30} &= 30^2 - 6 \times 30 + 7 = 727\end{aligned}$$

24. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a + b = 13$ 이다.

25. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?

- ① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$
④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

해설

$A = 2^{\frac{1}{2}}$ 이면 $A^{18} = (2^{\frac{1}{2}})^{18} = 2^9 = 512$
 $B = 3^{\frac{1}{3}}$ 이면 $B^{18} = (3^{\frac{1}{3}})^{18} = 3^6 = 729$
 $C = 9^{\frac{1}{9}}$ 이면 $C^{18} = (9^{\frac{1}{9}})^{18} = 9^2 = 81$
 $C^{18} < A^{18} < B^{18}$ 이므로
 $\therefore C < A < B$

26. $x > 0$ 이고 $x + x^{-1} = 3$ 일 때, $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = x + x^{-1} + 2 \text{에서}$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = 3 + 2 = 5 \text{이므로}$$

$$\text{이 때, } x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} > 0 \text{이므로 } x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = \left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^3 - 3 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

27. 방정식 $2x^2 - 8x - 1 = 0$ 의 두 근이 $\log_{10} a$, $\log_{10} b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은?

① -2 ② -8 ③ -12 ④ -26 ⑤ 34

해설

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\log_{10} a + \log_{10} b = 4,$$

$$\log_{10} a \cdot \log_{10} b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a} + \frac{\log_{10} a}{\log_{10} b}$$

$$= \frac{(\log_{10} a + \log_{10} b)^2 - 2 \log_{10} a \cdot \log_{10} b}{\log_{10} a \cdot \log_{10} b}$$

$$= \frac{16 + 1}{-\frac{1}{2}} = -34$$

28. 해수면의 빛의 밝기가 A 인 어느 지역의 바닷물은 깊이가 일정하게 깊어질수록 빛의 밝기가 일정한 비율로 감소한다고 한다. 깊이가 x m 인 곳의 빛의 밝기를 L 이라 하면 다음과 같은 관계가 있다.

$$L = Ak^x \text{(단, } k \text{는 } k \neq 1 \text{인 양의 상수)}$$

이 지역의 바다에서 깊이가 20m 인 곳의 빛의 밝기는 해수면의 빛의 밝기의 50% 일 때, 물속에서의 빛의 밝기가 해수면의 빛의 밝기의 $\frac{1}{6}$ 이 되는 지점의 수심은 a m 이다. 이때, 실수 a 의 값을 구하여라. (단, $\log_2 3 = 1.6$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

깊이가 20m 인 곳의 빛의 밝기는 해수면의 빛의 밝기 A 의 50% 이므로

$$Ak^{20} = \frac{1}{2}A \quad \therefore k = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}} = 2^{-\frac{1}{20}}$$

따라서, 빛의 밝기가 해수면의 빛의 밝기의 $\frac{1}{6}$ 이 되는 지점의 수심을 x m라 하면

$$A \cdot 2^{-\frac{x}{20}} = \frac{1}{6}A \quad \therefore 2^{-\frac{x}{20}} = \frac{1}{6}$$

위의 식의 양변에 밑이 2 인 로그를 취하면

$$-\frac{x}{20} = \log_2 \frac{1}{6} = -\log_2 6$$

$$\therefore x = 20(\log_2 2 + \log_2 3) \\ = 20(2 + 1.6) = 72(\text{m})$$

29. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n\text{미만의 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^k = 256 = 2^8 \quad \therefore k = 8$$

B 의 원소의 개수가 8 개 이므로, 집합 A 의 부분집합의 수는 8 개이다.

$$2^{(n\text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$$

30. 어느 지역에서 ㉠신문을 보는 학생이 전체의 0.5, ㉡신문을 보는 학생이 0.6, ㉠신문과 ㉡신문을 모두 보는 학생이 전체의 0.3이었다. 신문을 보지 않는 학생은 전체의 몇 % 인가?

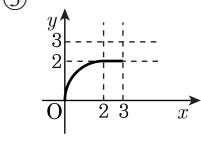
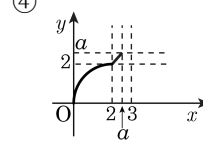
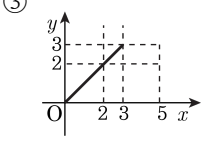
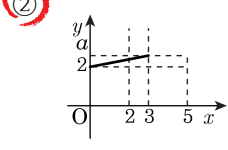
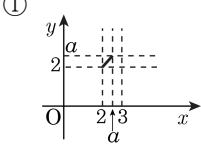
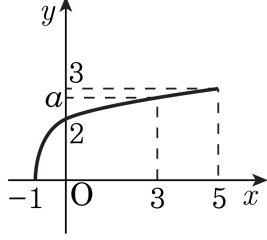
- ① 5 % ② 10 % ③ 15 % ④ 20 % ⑤ 25 %

해설

㉠신문과 ㉡신문을 보는 학생의 집합을 A, B 라 하고, 전체 학생의 수를 K 라 하면 $n(A) = 0.5K, n(B) = 0.6K, n(A \cap B) = 0.3K$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cup B) = 0.8K$
 $\therefore$ 신문을 보지 않는 학생의 수는 $K - n(A \cup B) = 0.2K$

그러므로 $\frac{0.2K}{K} \times 100 = 20(\%)$

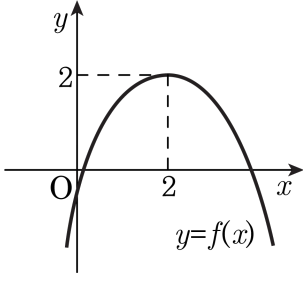
31. 실수 $-1 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다. 합성함수 $(f \circ f)(x)$ 의 그래프는?



해설

실수 $-1 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 이므로 $(f \circ f)(x)$ 함수는 $f(f(x))$ 에서 $f(x)$ 의 치역을 정의역으로 하는 함수이다. 따라서 합성함수 $(f \circ f)(x)$ 는 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 3$)가 되고 치역은 $2 \leq y \leq a$ 이다.

32. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

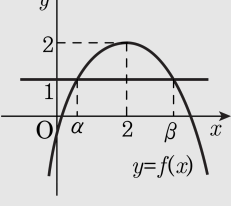


- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하므로 $f(f(x)) = 1$
 $f(x) = t$ 라 놓고 $f(t) = 1$ 을 만족하는 t 의 값을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

$0 < \alpha < 2 < \beta$ 이다.
이 때, $f(x) = \alpha$ 를 만족하는 x 의 값은 2개이지만
 $f(x) = \beta$ 를 만족하는 근은 없다.



따라서, $(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하는 x 의 값은 2개이다.

33. a, b, c 는 $1 < a < b < c < 9$ 인 정수이고, 수열 $0.a, 0.0b, 0.00c, \dots$ 가 등비수열일 때, 이 수열의 제 4항은?

- ① $0.00\dot{1}\dot{5}$
- ② $0.00\dot{1}\dot{6}$
- ③ $0.001\dot{6}$
- ④ $0.001\dot{7}$
- ⑤ $0.00\dot{1}\dot{7}$

해설

$$0.\dot{a} = \frac{a}{9}, \quad 0.0\dot{b} = \frac{b}{90}, \quad 0.00\dot{c} = \frac{c}{900} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{b}{90}\right)^2 = \frac{a}{9} \times \frac{c}{900} \text{ 에서 } b^2 = ac$$

즉, a, b, c 는 이 순서로 등비수열을 이루고

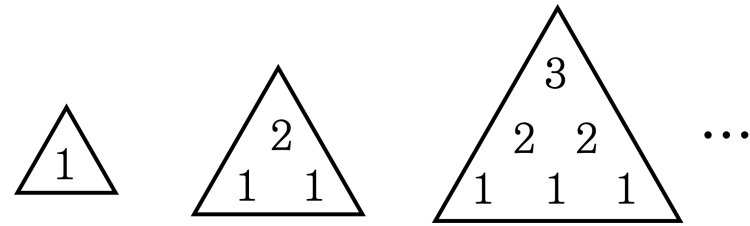
$1 < a < b < c < 9$ 인 정수이므로 $a = 2, b = 4, c = 8$ 이다.

따라서 이 수열은 $\frac{2}{9}, \frac{4}{90}, \frac{8}{900}, \dots$ 이므로

첫째항이 $\frac{2}{9}$ 이고, 공비가 $\frac{2}{10}$ 인 등비수열이다.

$$\therefore a_4 = \frac{16}{9000} = 0.001\dot{7}$$

34. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 n 인 정삼각형의 내부에 다음과 같은 규칙적으로 숫자를 배열한다.



이때, 10 번째 정삼각형 안에 적혀 있는 수의 총합은?

- ① 440 ② 330 ③ 220 ④ 110 ⑤ 90

해설

$$\begin{aligned} & 10 \text{ 번째 정삼각형 안에 적혀 있는 수의 총합은} \\ & 1 \cdot 10 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 8 + \cdots + 10 \cdot 1 \\ & = \sum_{k=1}^{10} k(11-k) = \sum_{k=1}^{10} (11k - k^2) \\ & = 11 \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} k^2 \\ & = 11 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} - \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} \\ & = 605 - 385 = 220 \end{aligned}$$

35. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 3a_n$ 인 관계가 성립할 때, 이 수열의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

- ① $\frac{1}{2}(3^{10} - 1)$ ② $3^{10} - 1$ ③ $\frac{3}{2}(3^{10} - 1)$
④ $2(3^{10} - 1)$ ⑤ $\frac{5}{2}(3^{10} - 1)$

해설

$$a_{n+1} = 3a_n \text{ 이므로 } r = 3$$

$$\therefore a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$$

$$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = \frac{3(3^{10} - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{3}{2}(3^{10} - 1)$$

36. 어떤 교육심리학자는 아무 의미가 없는 음절(예를 들면 “강릉동릉”)을 학생에게 들려주고 시간이 흐른 후 그 음절을 다시 기억하게 하는 실험을 하였다. 이 실험에 참가한 학생 1000명 중 t 분 후에 정확하게 음절을 기억한 학생의 비율을 $p\%$ 라 할 때, $p = 92 - 28 \log_5 t (t \geq 1)$ 가 성립하였다고 한다. 이 실험에 참가한 학생 1000명 중 10분 후에 정확하게 음절을 기억하는 학생 수를 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 520

해설

$p = 92 - 28 \log_5 t$ 에 $t = 10$ 을 대입하면

$$p = 92 - 28 \log_5 10$$

$$= 92 - 28 \times \frac{1}{\log 5}$$

$$= 92 - 28 \times \frac{1}{1 - \log 2}$$

$$= 92 - 28 \times \frac{1}{1 - 0.3} = 52(\%)$$

따라서 구하는 학생 수는 $1000 \times 0.52 = 520(\text{명})$ 이다.

37. 집합 X, Y 에 대하여 연산 $\star$ 를 $X\star Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 로 정의하고, 세 집합 A, B, C 가 $n(A \cup B \cup C) = 45, n(A\star B) = 18, n(B\star C) = 22, n(C\star A) = 24$ 를 만족할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$n(A \cap B \cap C) = k$$

$$n(A \cup B \cup C) = a + b + c + d + e + f + k = 45 \dots \textcircled{㉑}$$

$$n(A\star B) = a + c + d + e = 18 \dots \textcircled{㉒}$$

$$n(B\star C) = b + d + c + f = 22 \dots \textcircled{㉓}$$

$$n(C\star A) = a + b + e + f = 24 \dots \textcircled{㉔}$$

$$\textcircled{㉒} + \textcircled{㉓} + \textcircled{㉔} = 2(a + b + c + d + e + f) = 64$$

$$\therefore a + b + c + d + e + f = 32 \dots \textcircled{㉕}$$

$$\textcircled{㉕} \text{을 } \textcircled{㉑} \text{에 대입하면 } \therefore k = 13$$

38. 전체 50 명인 학급에서 감기에 걸리지 않은 남학생 수는 10 명, 감기에 걸린 남학생 수는 a 명, 감기에 걸린 여학생 수는 b 이다. 남학생과 여학생의 비율이 3 : 2 일 때, 감기에 걸리지 않은 여학생의 수는 최대 몇 명인지 구하여라.

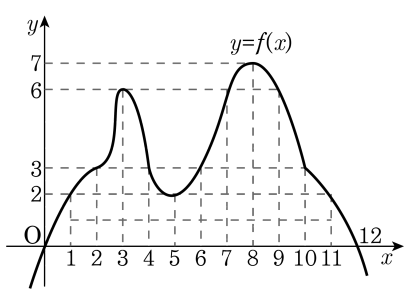
▶ 답 : 명

▷ 정답 : 20 명

해설

남학생의 집합을 A , 여학생의 집합을 B , 감기에 걸린 학생의 집합을 C , 감기에 걸리지 않은 학생의 집합을 D 라 두고 표를 그려 보면,
감기에 걸리지 않은 여학생의 수는 $(40 - a - b)$ 명이고,
 $2 \times (10 + a) = 3 \times (40 - a)$ 이다. $\rightarrow a = 20$
 $\therefore$ 감기에 걸리지 않은 여학생의 수= $40 - 20 - b$ 이므로, 최대 20 명이다.

39. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가
 다음 그림과 같다. 함수 $g(x)$
 가 $g(x) = (f \circ f)(x + 2)$ 일
 때, $g(x) = 6$ 을 만족시키는
 실수 x 의 개수는 몇 개인가?
 (단, $x < 0$ 또는 $x > 12$ 일 때,
 $f(x) < 0$ 이다.)



- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$g(x) = 6$ 에서 $(f \circ f)(x + 2) = 6$ 이므로,
 $f(f(x + 2)) = 6$
 $x + 2 = t$ 로 놓으면 $f(f(t)) = 6$
 $\therefore f(t) = 3$ 또는 $f(t) = 7$ 또는 $f(t) = 9$
 그런데 $f(t) \leq 7$ 이므로
 $f(t) = 3$ 또는 $f(t) = 7$
 (i) $f(t) = 3$ 일 때,
 $t = 2$ 또는 $t = 4$ 또는 $t = 6$ 또는 $t = 10$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 4$ 또는 $x = 8$
 (ii) $f(t) = 7$ 일 때, $t = 8$
 $\therefore x = 6$
 (i) , (ii) 에서
 실수 x 의 값은 $0, 2, 4, 6, 8$ 의 5 개이다.

40. $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 과 그 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(x)$ 와 $f(x), g(x)$ 의 교점 사이의 거리를 각각 옳게 구한 것은?

- ① $g(x) = x^2 - 2x + 2, \sqrt{3}$
- ② $g(x) = x^2 - 2x + 2, \sqrt{2}$
- ③ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{2}$
- ④ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{3}$
- ⑤ $g(x) = x^2 - 2x + 1, \sqrt{5}$

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 에 대하여
i) $y = \sqrt{x-1} + 1$ 로 놓고 역함수를 구하면
 $y - 1 = \sqrt{x-1} \dots\dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 을 제곱하면
 $(y - 1)^2 = x - 1, y^2 - 2y + 1 = x - 1, x = y^2 - 2y + 2$
 $\therefore g(x) = x^2 - 2x + 2$
ii) $f(x)$ 와 역함수 $g(x)$ 의 교점은
 $f(x)$ 와 $y = x$ 또는 $g(x)$ 와 $y = x$ 의 교점을
구하면 된다.
 $g(x) = x$ 에서 $x^2 - 2x + 2 = x$
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$
그러므로 $x = 2$ or $x = 1$ 에서 $y = 2$ or $y = 1$
따라서 두 점 $(1, 1), (2, 2)$ 사이의 거리는
 $\sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$