

1. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$8 < \sqrt{24x} < 9$$

$$64 < 24x < 81$$

$$2\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$$

$$\therefore x = 3$$

2. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

3. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

4. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때,
 $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28} \\ &\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{3}{28} \\ &\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

5. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}& \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\&= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\&= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\&= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k\end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4

② 9

③ 81

④ 90

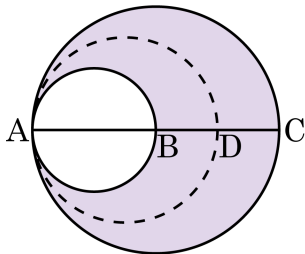
⑤ 94

해설

$Ax^2 + 36x + B = 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2$ 이므로 $A = 4, B = 81, C = 9$ 이다.

따라서 $A + B + C = 4 + 81 + 9 = 94$ 이다.

7. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$

8. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \cdots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \cdots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \textcircled{5} \ a + b < 0$$

9. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$

② xy

③ $-xy$

④ $-xz$

⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,

$\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.

따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

$$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$$

$$= -2xy$$

10. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

11. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로

$$59 + a = 64, 81, 100 \dots$$

$$\therefore a = 5, 22, 41, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

12. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ① $\sqrt{xy}$ ② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$ ③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$
④ $\sqrt{-x^2y}$ ⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

13. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

14. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta)$ 로 놓으면

$$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$a + 3 = -(\alpha + \beta) \text{ 에서 } a = -\alpha - \beta - 3$$

$$3a - 3 = \alpha\beta \text{ 에서 } a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$$

$$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$$

$$\alpha + 3 = \pm 1 \text{ 일 때, } \beta + 3 = \mp 3 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha, \beta) = (-2, -6) (-4, 0)$$

$$\therefore a = -\alpha - \beta - 3 \text{ 에서 } a = 1, 5$$

15. $16 - x^2 + 4xy - 4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 4)(-x + 2y + 4)$

② $(x - 2y + 4)^2$

③ $(x - 2y + 4)(x + 2y - 4)$

④ $(x - 2y + 4)(-x + 2y + 4)$

⑤ $(-x - 2y + 4)(x + 2y + 4)$

해설

$$\begin{aligned} 16 - (x^2 - 4xy + 4y^2) &= 16 - (x - 2y)^2 \\ &= 4^2 - (x - 2y)^2 \\ &= (4 + x - 2y)(4 - x + 2y) \end{aligned}$$