1. 다음 보기의 이차방정식 중 $x=2$가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x+1)(x-2)=0$　　㉡ $x^2-x-6=0$

㉢ $2x^2-5x+2=0$　　㉣ $(x-1)^2-4=0$

㉤ $x^2-3x=0$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x=2$를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉢의 2 개이다.

2. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 <u>않는</u> 것은?

① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$
③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$
④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$
⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$
즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.
②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

3. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$(x+3)^2 = x+8$, $x^2+5x+1=0$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=1$

$\therefore \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha\beta$

$= (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta$

$= 25 - 4 = 21$

4. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

두 근을 2α, 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

5. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$ ② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$ ④ $x^2-6x+5=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=1$ 또는 $x=5$ 일 때 성립하므로 모두 양수이다.

6. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0$ $\quad \therefore\ a = -8$

$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0$ $\quad \therefore\ b = -1$

$\therefore\ ab = (-8) \times (-1) = 8$

7. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

8. $f(x) = x(x-5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 4$

해설

$x(x-5) + 4 = 0$
$x^2 - 5x + 4 = 0$
$(x-1)(x-4) = 0$
$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 4$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 48 = 0$ 의 해를 a, b (단, $a > b$) 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 22 ② 25 ③ 28 ④ 31 ⑤ 34

해설

$x^2 - 2x - 48 = 0$

$(x + 6)(x - 8) = 0$

$a = 8,\ b = -6$

$\therefore a^2 - b^2 = 64 - 36 = 28$

10. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \qquad \therefore\ k = -\frac{9}{2}$

따라서 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면 $x^2 - 4x - 45 = 0$

$(x+5)(x-9) = 0$

$x = -5$ 또는 $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

11. 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $ax^2-5x-2=0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ −2 ⑤ 2

해설

$x^2 - x - 2 = 0$

$x = 2$ 또는 $x = -1$

큰 근은 $x = 2$ 이므로 $ax^2 - 5x - 2 = 0$ 에 대입하면

$4a - 10 - 2 = 0$, $a = 3$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$, $(3x + 1)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

따라서 다른 한 근 $b = -\frac{1}{3}$

$\therefore ab = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

12. 두 이차방정식 $2x^2-7x-4=0$, $2x^2-5x-12=0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2x^2-7x-4=0$

$(2x+1)(x-4)=0$

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$

$2x^2-5x-12=0$

$(2x+3)(x-4)=0$

$x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=4$

따라서 동시에 만족하는 x의 값은 4이다.

13. 두 이차방정식 $x(x+1)=0$, $x^2-4x-5=0$의 공통인 해가 $x=a$일 때, a의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x(x+1)=0$의 해를 구하면 $x=-1,\ x=0$
$(x-5)(x+1)=0$의 해를 구하면 $x=-1,\ x=5$
$\therefore\ a=-1$

14. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$(x-3)^2 = 2x-7$

① $x^2+16=-8x$ ② $3x^2+6x=-3$

③ $10x^2=3x+1$ ④ $6(2x^2-1)=x$

⑤ $x^2=6\left(x-\frac{3}{2}\right)$

해설

$(x-3)^2=2x-7$ 에서
$x^2-8x+16=0$ 이므로
$(x-4)^2=0$
$\therefore x=4$
중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.
① $(x+4)^2=0$
$\therefore x=-4$
② $x^2+2x+1=0$, $(x+1)^2=0$
$\therefore x=-1$
③ $(5x+1)(2x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
④ $(3x+2)(4x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{4}$
⑤ $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 12x + a = b$ 가 중근을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

주어진 방정식이 중근을 가지려면
$x^2 + 12x + a - b = 0$ 이 (완전제곱식)=0 의 꼴이 되어야 하므로
$(x + 6)^2 = 0$ 이다.
$\therefore a - b = 36$

16. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

해설

$4x^2 - 8x + a = 0$
$4(x^2 - 2x) = -a$
$4(x^2 - 2x + 1) = -a + 4$
$4(x - 1)^2 = -a + 4$
$-a + 4 = 0$
$\therefore\ a = 4$

17. 이차방정식 $2(x+5)^2-14=0$ 의 해가 $x=A\pm\sqrt{B}$ 일 때, $A+B$ 의 값은? (단, A , B 는 유리수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2(x+5)^2-14=0$, $2(x+5)^2=14$, $(x+5)^2=7$

$\therefore x=-5\pm\sqrt{7}$

$A=-5$, $B=7$

$\therefore A+B=-5+7=2$

18. 이차방정식 $(x-3)(2x-5)=5x-4$ 를 $(x-p)^2=k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

$(x-3)(2x-5)=5x-4$

$2x^2-11x+15-5x+4=0$

$2x^2-16x+19=0$

$2(x^2-8x+16)=-19+32$

$2(x-4)^2=13$

$(x-4)^2=\frac{13}{2}$

$\therefore\ k=\frac{13}{2},\ p=4$

$\therefore k-p=\frac{13}{2}-4=\frac{5}{2}$

19. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$(x-1)(2x-3)=(x+1)^2$
$x^2-7x=-2$
$(x^2-7x+(\square))=-2+(\square)$
$(x+a)^2=b$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$(x-1)(2x-3)=(x+1)^2$
$x^2-7x=-2$
$\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)=-2+\frac{49}{4}$
$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{41}{4}$
$a=-\frac{7}{2}, b=\frac{41}{4}$
$\therefore 4(a+b)=4\left(-\frac{7}{2}+\frac{41}{4}\right)=27$

20. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x+4 = \pm\sqrt{k}$
$x = -4 \pm \sqrt{k}$
$(-4+\sqrt{k})(-4-\sqrt{k}) = 13$
$16-k = 13$
$\therefore k = 3$

21. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

① $3x^2+6x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{6}}{6}$

② $2(x+5)^2=7 \rightarrow x=-5\pm\sqrt{7}$

③ $(x-7)^2=-8 \rightarrow x=7\pm\sqrt{-8}$

④ $2x^2-6x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

⑤ $3(x+1)^2=5 \rightarrow x=-1\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

해설

① $3(x+1)^2=2 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$

② $2(x+5)^2=7 \rightarrow x=\dfrac{-10\pm\sqrt{14}}{2}$

③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.

⑤ $3(x+1)^2=5 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

22. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0 이다.
㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉢ ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x - p = \pm\sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근) 이므로 참이다.
㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm\sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0 이다. 따라서 참이다.
㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

23. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 풀었더니 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다. $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$2x^2 - 4x - 3 = 0$

$x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 6}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$

$A = 2,\ B = 10$

$\therefore A - B = 2 - 10 = -8$

24. 이차방정식 $(x+1)(x-3)-\dfrac{x^2+1}{4}=3(x-1)$의 근은?

① $x=0$ 또는 $x=\dfrac{20}{3}$　② $x=\dfrac{5\pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x=\dfrac{10\pm 2\sqrt{53}}{3}$　④ $x=\dfrac{5\pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x=\dfrac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$(x^2-2x-3)-\dfrac{x^2+1}{4}=3x-3$

$4x^2-20x-x^2-1=0$

$3x^2-20x-1=0$

$\therefore\ x=\dfrac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

25. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1-a^2) = 4(1+a)(1-a)$
① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.
② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$
④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.
⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

26. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2+5) = 0$
$m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$
$2m - 4 = 0$
$\therefore\ m = 2$

27. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \dfrac{a}{3}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \dfrac{2a}{3} = 5$

$\therefore a = 6$

28. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 2

② $x = -1$ 또는 -2

③ $x = 1$ 또는 -3

④ $x = -1$ 또는 -3

⑤ $x = \dfrac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\dfrac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면
$9 + 6a + 3a = 0$
$\therefore a = -1$
따라서 이차방정식은
$x^2 - 3x + 2 = 0,\ (x-2)(x-1) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

29. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2,\ 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $-2 + 5 = -\dfrac{b}{a}$

두 근의 곱은 $-2 \times 5 = -10 = \dfrac{-10}{a}$

$\therefore\ a = 1,\ b = -3$

$\therefore\ a + b = -2$

30. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$ ② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$ ④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$, $\alpha\beta = -4$

$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$

$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$

$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

31. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

32. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$x^2 - ax - 2x + 4 = 0,\ x^2 - (a+2)x + 4 = 0$

$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4,\ \frac{a+2}{2} = \pm 2$

$a + 2 = \pm 4$

$\therefore\ a = 2$ 또는 $a = -6$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 $2,\ -6$ 이므로

$4 + 2m + n = 0$

$-)\ 36 - 6m + n = 0$

$-32 + 8m = 0$

$\therefore\ m = 4,\ n = -12$

$\therefore\ m + n = 4 - 12 = -8$

33. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$

$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$

$\therefore m = 9, n = -3$

$\therefore mn = -27$

34. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2+18xy+9y^2=2x+2y$ 의 관계가 성립할 때, $x+y$의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$9(x+y)^2-2(x+y)=0$
$A=x+y$라 하면 $A(9A-2)=0$이다.
$\therefore A=0$또는 $A=\frac{2}{9}$이다.
$\therefore x+y=0$ 또는 $x+y=\frac{2}{9}$

35. 이차방정식 $x^2 + (m-4)x + 40 = 0$의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 큰 근을 α라 하고 $\alpha < 0$이면 $m = 17$이다.

② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$이다.

③ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 9이다.

④ 작은 근을 α라 하고 $\alpha > 0$이면 $m < 0$이다.

⑤ 모든 m의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 α, $\alpha - 3$이라 하면
$\alpha(\alpha - 3) = 40$
$\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m$, $m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m$, $m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 8이다.

36. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A는 다음과 같다. 이때, 유리수 a , b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$ax^2 - x + b = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6$, $a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4$, $b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

37. 이차방정식 $x^2+(2a-5)x+(a^2-5a-6)=0$ 의 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $x^2+3x-54=0$ 의 작은 근과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$x^2+(2a-5)x+(a^2-5a-6)=0$
$x^2+(2a-5)x+(a+1)(a-6)=0$
$(x+a-6)(x+a+1)=0$
$x=-a+6$ 또는 $x=-a-1$
두 근 중 큰 수이므로 $-a+6$ 이다.
$x^2+3x-54=0$ 에서
$(x-6)(x+9)=0$
$x=6$ 또는 $x=-9$
두 근 중 작은 수이므로 -9 이다.
따라서 $-a+6=-9$ 이므로 $a=15$ 이다.

38. 세 개의 이차방정식 $x^2-(1+p)x+p=0,\ x^2-(q-1)x-q=0,\ x^2-2(p+2q)x+8pq=0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p-4q-1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2-(1+p)x+p=0\ ,\ x=1, x=p\cdots$ ㉠

$x^2-(q-1)x-q=0\ ,\ x=-1, x=q\cdots$ ㉡

$x^2-2(p+2q)x+8pq=0\ ,\ x=2p, x=4q\cdots$ ㉢

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,

㉠에서 공통근은 $x=p$

㉢에서 $2p\neq p$ 이므로 공통근은 $x=4q$

㉡에서 $q\neq 4q$ 이므로 공통근은 $x=-1$

$\therefore p=4q=-1,\ \ p-4q=0$

$\therefore p-4q-1=-1$

39. $[x]$는 자연수 x의 양의 약수의 개수를 나타낼 때, $[x]^2-[x]-2=0$을 만족시키는 자연수 x중에서 20 이하인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8개

해설

$[x]^2-[x]-2=([x]-2)([x]+1)=0$
$\therefore\ [x]=2$또는 $[x]=-1$
그런데, $[x]\neq -1$ 이므로 $[x]=2$
양의 약수가 2개인 것은 소수이므로,
20 이하의 소수를 구하면
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.
$\therefore$ 8 개

40. 1 보다 큰 자연수 a, b 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - a^2bx + 744 = 0$ 의 한 근이 2^a 이고 나머지 한 근은 두 자리의 소수일 때, a, b 를 두 근으로 가지고, 이차항의 계수가 1 인 x 에 관한 이차방정식의 계수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

두 근을 α, β 라 하면

$\alpha + \beta = ab$

$\alpha\beta = \dfrac{744}{a}$

$\alpha\beta = \dfrac{744}{a} = \dfrac{2^3 \times 3 \times 31}{a}$ 에서 두 근 중 한 근은 두 자리의 소수이므로 31 이고

나머지 한 근은 2^a 이므로

$\therefore\ a = 3$

$\therefore\ b = 13$

따라서 구하고자 하는 이차방정식은 $x^2 - 16x + 39 = 0$ 이므로 계수의 합은 $1 - 16 + 39 = 24$ 이다.