

1. 두 집합  $A = \{3, 4, a + 2\}$ ,  $B = \{b + 1, 5, 7\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{4, 7\}$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

해설

$(A \cap B) \subset A$ 이고  $(A \cap B) \subset B$ 이므로  
 $a + 2 = 7$ ,  $b + 1 = 4$ 이므로  $a = 5$ ,  $b = 3$ ,  $a + b = 5 + 3 = 8$ 이다.

2. 전체집합  $U$ 와 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  
 $U = A \cup B$ ,  $A = \{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 45\text{의 약수}\}$  일 때,  
 $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$A \cap B = \{3, 9, 15, 45\}$$

3.  $t = 0$ 에서  $t = 1$ 까지 인구는  $i\%$  증가하였고,  $t = 1$ 에서  $t = 2$ 까지 인구는  $j\%$  증가하였다면,  $t = 0$ 에서  $t = 2$ 까지 인구 증가율은?

①  $(i + j)\%$

②  $ij\%$

③  $(i + ij)\%$

④  $\left(i + j + \frac{ij}{100}\right)\%$

⑤  $\left(i + j + \frac{i+j}{100}\right)\%$

해설

$t = 0$ 에서의 인구는  $P$

$t = 2$ 까지 인구 증가율을  $k\%$ 라 하자.

$$P\left(1 + \frac{k}{100}\right)$$

$$= P\left(1 + \frac{i}{100}\right)\left(1 + \frac{j}{100}\right),$$

$$1 + \frac{k}{100} = 1 + \frac{i+j}{100} + \frac{ij}{10000}$$

$$\therefore k = i + j + \frac{ij}{100}$$

4. 10000 원짜리 지폐 2 장, 5000 원짜리 지폐 2 장, 1000 원짜리 지폐 3 장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

- ① 27      ② 35      ③ 42      ④ 60      ⑤ 81

**해설**

5000 원짜리 2 장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1 장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 짜리 지폐 4 장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.

$$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$$

5. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5 가지 색을 사용하여 다음 그림과 같은 도형의 각 면을 색칠하려고 한다. 변의 일부 또는 전부를 공유하는 두 면은 같은 색을 사용하지 않도록 할 때, 모든 면을 색칠하는 방법의 수는?



- ① 4020    ② 5160    ③ 6480    ④ 7260    ⑤ 8400

해설

e / b	a	f
d \ c		g

$a$  에 색칠하는 방법의 수는 5 가지  
 $b$  에 색칠하는 방법의 수는 4 가지  
 $c$  에 색칠하는 방법의 수는 3 가지  
 $d$  에 색칠하는 방법의 수는 3 가지  
 $e$  에 색칠하는 방법의 수는 3 가지이므로  
 $a, b, c, d, e$  에 색칠하는 방법의 수는  
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$  (가지)  
 $f$  에 색칠하는 방법의 수는 4 가지  
 $g$  에 색칠하는 방법의 수는 3 가지 이므로  
 $f, g$  에 색칠하는 방법의 수는  $4 \times 3 = 12$  (가지)  
 따라서 구하는 방법의 수는  
 $540 \times 12 = 6480$  (가지)

6. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

- ① 160      ② 180      ③ 200      ④ 220      ⑤ 240

**해설**

이웃하는 방법에 따라  $\Delta\Delta\Delta$ ,  $\Delta\Delta\Box$ 의 두 가지 경우가 있고,  $\Delta$ 에 10가지  $\Box$ 가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는

$$(10 \times 9) \times 2 = 180$$

7. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개의 숫자 중에서 서로 다른 세 숫자를 뽑을 때, 그 합이 홀수가 되는 경우의 수는?

① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

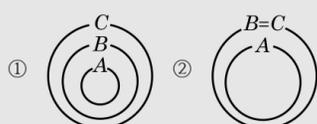
해설

홀수 4개, 짝수 3개 중에서 세 숫자를 뽑을 때,  
세 수의 합이 홀수이므로  
(i) (홀수+홀수+홀수)인 경우  ${}_4C_3 = 4$ (가지)  
(ii) (홀수+짝수+짝수)인 경우  ${}_4C_1 \times {}_3C_2 = 12$ (가지)  
따라서, 합의 범칙에 의하여 구하는 경우의 수는  
 $4 + 12 = 16$ (가지)

8. 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①  $A \subset B, B \subset C$  이면  $A \subset C$  이다.
- ②  $A \subset B, B = C$  이면  $A \subset C$  이다.
- ③  $A \subset B, B \subset C$  이면  $A = B$  이다.
- ④  $A \subset B, B \subset C, C \subset A$  이면  $A = B = C$  이다.
- ⑤  $A \subset B \subset C$  이면  $n(A) < n(B) < n(C)$  이다.

해설



- ③ 예를 들면  $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$  이면,  $A \subset B, B \subset C$  이지만  $A \neq B$
- ④  $A \subset B, B \subset C, C \subset A$  이면,  $A = B = C$
- ⑤  $A \subset B \subset C$  이면,  $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

9. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

A : 범인은 B이다.  
B : 범인은 D이다.  
C : 나는 범인이 아니다.  
D : B는 거짓말을 하고 있다.

- ① A, D    ② B, C    ③ C, B    ④ D, C    ⑤ B, A

**해설**

B가 옳은 진술이라면 범인은 D가 되고 C도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B는 거짓이 되고, D가 옳은 진술이 된다. D를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C다.

10. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 하자.  $p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $Q^c \cap P^c = Q^c$       ②  $P - Q = \emptyset$       ③  $P \cup Q = Q$   
④  $Q - P = \emptyset$       ⑤  $P \cap Q = P$

해설

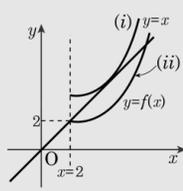
$p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이므로  $P \subset Q$   
 $p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이 아니므로  $Q \not\subset P$   
 $\therefore Q - P \neq \emptyset$

11. 함수  $f(x) = x^2 - 4x + k(x \geq 2)$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수  $k$ 의 값의 범위는?

- ①  $0 < k < \frac{25}{4}$       ②  $k < \frac{25}{4}$       ③  $6 \leq k \leq \frac{25}{4}$   
 ④  $6 < k \leq \frac{25}{4}$       ⑤  $6 \leq k < \frac{25}{4}$

**해설**

주어진 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은  $y = x$ 위에 있다.



따라서, 조건을 만족하려면  $f(x) = x^2 - 4x + k = (x-2)^2 + k - 4(x \geq 2)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

(i)  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 접할 때,  
 $x^2 - 4x + k = x, x^2 - 5x + k = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하면  
 $D = 5^2 - 4k = 0$

$\therefore k = \frac{25}{4}$

(ii)  $y = f(x)$ 의 그래프가 점  $(2, 2)$ 를 지날 때  
 $2^2 - 4 \cdot 2 + k = 2$ 이므로  $k = 6$

(i), (ii)에서  $6 \leq k < \frac{25}{4}$

12. 세 자연수  $a, b, c$ 가  $\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b} = \frac{a}{3c}$ 를 만족하고  $a, b, c$ 의 최소공배수가 12일 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① 22      ② 20      ③ 18      ④ 16      ⑤ 14

해설

$a+2b+3c \neq 0$  ( $\because a, b, c$ 는 자연수)이므로  
가비의 리에 의하여

$$\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b} = \frac{a}{3c} = \frac{a+2b+3c}{a+2b+3c} = 1 \text{에서}$$

$$a = 3c, a = 2b \therefore b = \frac{1}{2}a, c = \frac{1}{3}a$$

$$\therefore a : b : c = a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a \\ = 6 : 3 : 2$$

세 수의 최대공약수를  $G$ 라 하면

$$a = 6G, b = 3G, c = 2G$$

$$(\text{최소공배수}) = 6G = 12, G = 2$$

$$\text{그러므로 } a = 12, b = 6, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 22$$

13. 어떤 버스 회사에서 버스 요금을  $a\%$  인상하면 승객의 수가  $b\%$  감소되지만, 수입은  $x\%$  증가한다고 한다. 이때,  $x$ 를  $a, b$ 를 사용하여 나타내면?

- ①  $x = \frac{(100+a)(100-b)}{100}$       ②  $x = (100+a)(100-b)$   
 ③  $x = \frac{a-b+1}{100}$       ④  $x = a-b-ab$   
 ⑤  $x = a-b - \frac{ab}{100}$

**해설**

요금 인상 전의 버스 요금을  $g$ , 승객의 수를  $h$ 라 하면 버스 회사 수입은  $gh$ 원이고 버스 요금을  $a\%$  인상하면 승객의 수는  $b\%$  감소된다.

인상 후의 버스 회사 수입은

$$g \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times h \left(1 - \frac{b}{100}\right)$$

$$= \frac{100+a}{100} \times \frac{100-b}{100} \times gh(\text{원}) \text{이므로}$$

$$\frac{100+a}{100} \times \frac{100-b}{100} \times gh$$

$$= \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times gh$$

$$(100+a)(100-b) = 100(100+x)$$

$$\therefore x = a - b - \frac{ab}{100}$$

14. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512      ② 700      ③ 816      ④ 1024      ⑤ 1440

**해설**

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$$\Rightarrow 4! \times {}_5P_3 = 1440$$

15.  $n$ 명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

①  $\frac{n!}{2}$

②  $\frac{n!}{6}$

③  $n!$

④  $\frac{(n-1)!}{2}$

⑤  $3(n-1)!$

해설

$n$ 명을 일렬로 세우는 방법의 수는  ${}_nP_n = n!$

그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.

즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.

따라서 구하는 방법의 수는  $\frac{n!}{3!} = \frac{n!}{6}$