

1. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식) $= \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

2. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X+1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X+3)(X-2) \\&= (x^2+x+3)(x^2+x-2) \\&= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

4. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

5. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

6. 두 다항식 $x^3 - 3x^2 + 2x$, $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 + 2x &= x(x-2)(x-1) \\x^4 - 4x^3 + 4x^2 &= x^2(x-2)^2 \\ \therefore f(x) &= x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2 \\ \therefore f(3) + g(3) &= 3 + 18 = 21\end{aligned}$$

7. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로
 $x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는
모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.
 $\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$
따라서, $a = -2$, $b = 1$
 $\therefore a + b = -1$

8. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$ ② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$ ④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y+4)x - (y^2 - y - 2) \\ &= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2) \\ &= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\} \\ &= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

9. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\ &= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\ &= (c-b)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

10. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형
③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

11. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5 + 2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

12. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B$ 를 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}(x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1} \\(x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)} \\&= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\&= \frac{(x-1)}{-(x^2 - 2x + 1)} \\&= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\&= -\frac{1}{x-1} \\ \therefore (\text{주어진 식}) &= \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1\end{aligned}$$

13. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합을 구하면?

① $2x^2 - 1$

② $2x^2 - 2$

③ $2x^2 - 3$

④ $2x^2 + 1$

⑤ $2x^2 + 2$

해설

두 다항식은 $(x-1)a, (x-1)b$ (a, b 는 서로소)

$$x^3 + x^2 - 2x = (x-1)ab = x(x+2)(x-1)$$

두 다항식은 $x(x-1), (x+2)(x-1)$

\therefore 두식의 합은 $2x^2 - 2$

14. x 에 대한 이차식 $A = x^2 + ax + b$, $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수 G 가 x 에 대한 일차식이고 $A + B = G(px + q)$ 일 때, 상수 $a + b + p + q$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

G 는 $A + B, A - B$ 의 인수가 된다.

$$A - B = (a - b)x - (a - b) = (a - b)(x - 1)$$

$$\therefore G = x - 1$$

A 에 $x = 1$ 대입,

$$1 + a + b = 0, a + b = -1$$

$$A + B = 2x^2 + (a + b)x + a + b$$

$$= 2x^2 - x - 1$$

$$= (x - 1)(2x + 1)$$

$$p = 2, q = 1$$

$$a + b + p + q = -1 + 2 + 1 = 2$$

15. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

A 와 B 의 최대공약수를 G 라 하고,
 $A = Ga, B = Gb$ (a, b 는 서로소)를
 $A = BQ + R$ 에 대입하면
 $Ga = GbQ + R \quad \therefore R = G(a - bQ)$
 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
 그런데, a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의
 ($나$)가 없다.
 따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

- ① $a - bQ$, 공약수 ② G , 공약수
 ③ G , 공배수 ④ $a - bQ$, 공배수
 ⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga, B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$
 $\therefore R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
 그런데 a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의
 (공약수)가 없다.