1. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ ② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$ ④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

2. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$　② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$　④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6 \\ &= X^2+X-6 \\ &= (X+3)(X-2) \\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2) \\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-3$

② $x+3$

③ x^2+1

④ x^2+9

⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2+1)(x^2-9)$$
$$= (x^2+1)(x+3)(x-3)$$

⑤ $x^2(x+3)+x+3 = (x^2+1)(x+3)$

4. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로

(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

5. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 32 개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$\therefore \quad (3+1)(3+1) = 16$

6. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$라 할 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x=x(x-2)(x-1)$
$x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$
$\therefore f(x)=x(x-2), g(x)=x^2(x-1)(x-2)^2$
$\therefore f(3)+g(3)=3+18=21$

7. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

8. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y+4)x - (y^2 - y - 2)\\ &= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2)\\ &= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\}\\ &= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

9. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b) \\
&= (c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\} \\
&= (c-b)(a-b)(a-c) \\
&= (a-b)(b-c)(c-a)
\end{aligned}
$$

10. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형
② 이등변삼각형
③ 정삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

a, b, c는 실수이므로

$a-b=0$, $b-c=0$, $c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

11. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$일 때, abc의 값은?

① $-\frac{5}{3}$　② 0　③ $\frac{5}{3}$　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 1

해설

$a^2+b^2+c^2$

$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$이므로

$5=1-2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=-2$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$이므로

$2-3abc=1\cdot(5+2)$

$\therefore\ abc=-\frac{5}{3}$

12. 두 다항식 A, B에 대하여 $A \otimes B$를 $A \otimes B = \dfrac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x-1)$을 간단히 하면? (단, $x \neq 0$, $x \neq 1$인 실수)

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$\begin{aligned}(x^2 - x) \otimes (x-1) &= \frac{x-1}{(x-1)-(x^2-x)} \\ &= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{x-1}\end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

13. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 최소공배수가 x^3+x^2-2x일 때, 두 이차식의 합을 구하면?

① $2x^2-1$　② $2x^2-2$　③ $2x^2-3$

④ $2x^2+1$　⑤ $2x^2+2$

해설

두 다항식은 $(x-1)a, (x-1)b$ (a, b는 서로소)

$x^3+x^2-2x=(x-1)ab=x(x+2)(x-1)$

두 다항식은 $x(x-1), (x+2)(x-1)$

$\therefore$두식의 합은 $2x^2-2$

14. x 에 대한 이차식 $A = x^2 + ax + b,\ B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수 G 가 x 에 대한 일차식이고 $A + B = G(px + q)$ 일 때, 상수 $a + b + p + q$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

G 는 $A+B, A-B$ 의 인수가 된다.

$A - B = (a-b)x - (a-b) = (a-b)(x-1)$

$\therefore\ G = x - 1$

A 에 $x = 1$ 대입,

$1 + a + b = 0$, $a + b = -1$

$$\begin{aligned} A + B &= 2x^2 + (a+b)x + a + b \\ &= 2x^2 - x - 1 \\ &= (x-1)(2x+1) \end{aligned}$$

$p = 2,\ q = 1$

$a + b + p + q = -1 + 2 + 1 = 2$

15. 다음은 다항식 A를 다항식 B로 나누었을 때, 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 A와 B의 최대공약수는 B와 R의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

> A와 B의 최대공약수를 G라 하고,
> $A = Ga,\ B = Gb\ (a,\ b$는 서로소)를
> $A = BQ + R$에 대입하면
> $Ga = GbQ + R \qquad \therefore\ R = G(a - bQ)$
> 그러므로 (가)는 B 와 R 의 공약수이다.
> 그런데, $a,\ b$ 는 서로소이므로 b 와 $a-bQ$ 사이에는 상수이외의 (나)가 없다.
> 따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

① $a - bQ$, 공약수
② G , 공약수
③ G , 공배수
④ $a - bQ$, 공배수
⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga$, $B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$
$\therefore\ R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
그런데 $a,\ b$ 는 서로소이므로 b 와 $a-bQ$ 사이에는 상수 이외의 (공약수)가 없다.