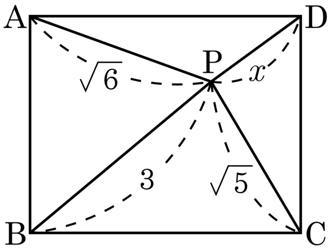
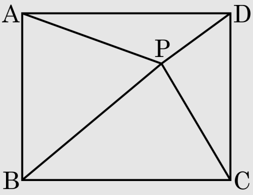
1. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \sqrt{6}$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

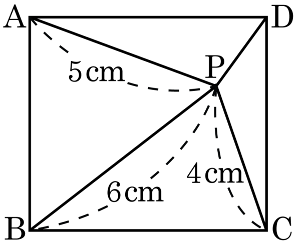


그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{AP} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{BP} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{CP} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



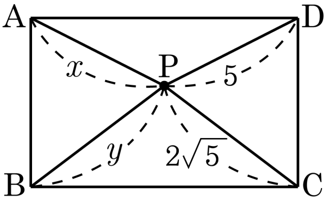
① $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$　③ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

④ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{PD} = \sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

3. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.

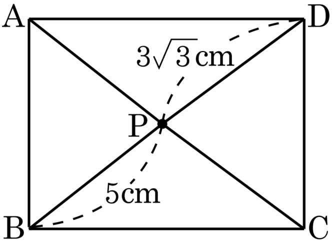


① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2$, $x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은?

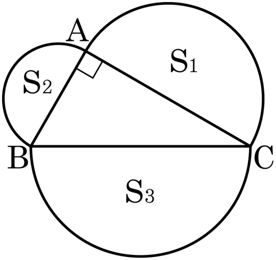


① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$ 이다.

5. 다음 직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원 중 $S_3 = 20\pi\,\mathrm{cm}^2, S_1 = 15\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, S_2 의 반지름을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{10}$ cm

해설

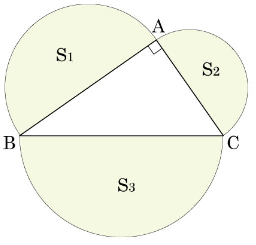
$S_2 = 5\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 S_2 의 반지름을 r 라고 할 때, $\frac{1}{2}r^2\pi = 5\pi$ 가 성립한다.

따라서 $r^2 = 10$

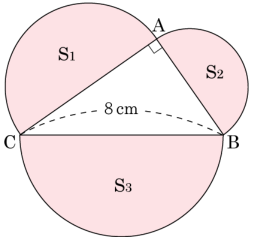
그러므로 $r = \sqrt{10}(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 세 변 AB, AC, BC 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라고 할 때, 다음을 구하여라.

(1) $S_1 = 10\pi$, $S_3 = 18\pi$ 일 때, S_2 의 넓이



(2) $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값



▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 8π

(2) $16\pi \mathrm{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이 된다.

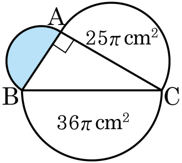
(1) $10\pi + S_2 = 18\pi$, $S_2 = 8\pi$

(2) $S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_1 + S_2 + S_3 = 2S_3$ 이 된다.

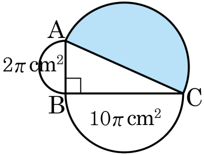
$S_3 = \frac{1}{2}\pi \times 4^2 = 8\pi$, $2S_3 = 2 \times 8\pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $11\pi\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $12\pi\,\mathrm{cm}^2$

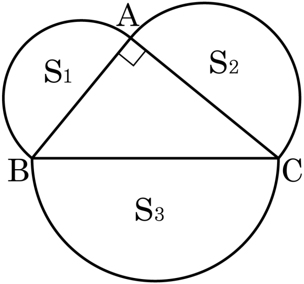
해설

(1) (색칠한 부분의 넓이)$+25\pi=36\pi$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=36\pi-25\pi=11\pi(\mathrm{cm}^2)$

(2) (색칠한 부분의 넓이)$=2\pi+10\pi=12\pi(\mathrm{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1 , S_2 , S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2$, $S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



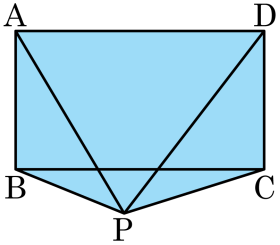
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$

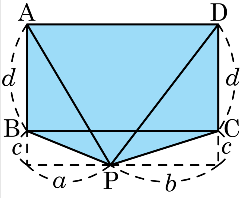
9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.
$\overline{\mathrm{PA}}^2 = 23,\ \overline{\mathrm{PB}}^2 = 7,\ \overline{\mathrm{PD}}^2 = 27$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

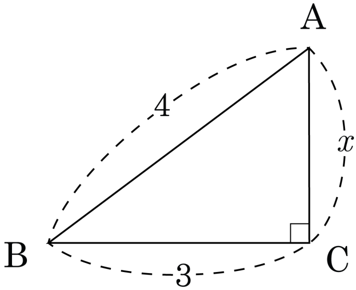
▷ 정답 : $\overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{11}$

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{7}$

해설

$x = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$

11. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

세 변의 길이가 $5, 12, 13$ 인 삼각형은 $5^2 + 12^2 = 13^2$ 이므로 빗변의 길이가 $\square$ 인 직각삼각형이다.

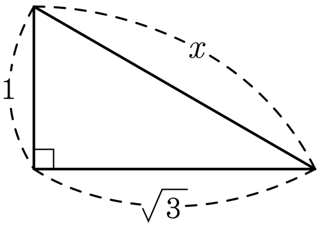
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 13

해설

세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 이 삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.
따라서 $a = 5, b = 12, c = 13$ 해당하므로 13 을 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

12. 다음과 같은 직각삼각형의 빗변을 가로로 하고, 세로의 길이가 3 인 직사각형을 만들려고 한다. 이 직사각형의 넓이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

피타고라스 정리에 따라

$x^2 = 1^2 + \sqrt{3} = 4$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$

따라서 가로는 2 이고 세로가 3 인 직사각형의 넓이는

$2 \times 3 = 6$ 이다.

13. 각 변의 길이가 $x-3,\ x,\ x+4$ 인 직각삼각형이 있다. 빗변의 길이를 옳게 구한 것은?

① $11+2\sqrt{14}$　② $15+\sqrt{14}$　③ $16+2\sqrt{14}$

④ $16+\sqrt{14}$　⑤ $17+2\sqrt{14}$

해설

$x+4$가 빗변의 길이이므로

$(x+4)^2 = x^2 + (x-3)^2$

$x^2+8x+16 = x^2+x^2-6x+9$

$x^2-14x-7=0$

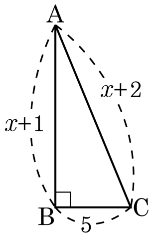
$x = 7\pm2\sqrt{14}$

$x-3>0$ 이므로 $x = 7+2\sqrt{14}$

빗변의 길이는 $x+4$ 이므로

$x+4 = 7+2\sqrt{14}+4 = 11+2\sqrt{14}$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 11$

해설

빗변의 길이가 $x + 2$ 인 직각삼각형이므로

$(x + 2)^2 = (x + 1)^2 + 5^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + 25$

$\therefore x = 11$

15. 각 변의 길이가 $(x-2)$cm, $x$cm, 8cm 인 직각삼각형이 있다. 이 때, x의 값을 바르게 짝지어진 것은?

① $16, \sqrt{31}$　② $16, 1+\sqrt{31}$　③ $17, -1+\sqrt{31}$
④ $17, 1+\sqrt{31}$　⑤ $18, -1+\sqrt{31}$

해설

(i)$x \geq 8$ 일 때
$x^2 = (x-2)^2 + 64$
$x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$
$4x = 68$
$\therefore x = 17$
(ii)$x < 8$ 일 때
$64 = (x-2)^2 + x^2$
$64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$
$2x^2 - 4x - 60 = 0$
$\therefore x = 1 + \sqrt{31}(\because x > 0)$

16. 다음 중 직각삼각형을 모두 골라라.

㉠ $5\,\mathrm{cm},\ 6\,\mathrm{cm},\ 9\,\mathrm{cm}$	㉡ $9\,\mathrm{cm},\ 12\,\mathrm{cm},\ 15\,\mathrm{cm}$
㉢ $4\,\mathrm{cm},\ 4\sqrt{3}\,\mathrm{cm},\ 6\,\mathrm{cm}$	㉣ $5\,\mathrm{cm},\ 12\,\mathrm{cm},\ 13\,\mathrm{cm}$
㉤ $10\,\mathrm{cm},\ 16\,\mathrm{cm},\ 20\,\mathrm{cm}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

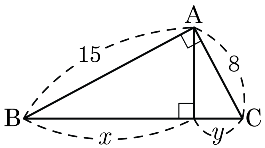
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $9^2 > 5^2 + 6^2$
㉡ $15^2 = 9^2 + 12^2$
㉢ $(4\sqrt{3})^2 < 4^2 + 6^2$
㉣ $13^2 = 5^2 + 12^2$
㉤ $20^2 > 10^2 + 16^2$

17. 다음은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 이다. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{8}$

해설

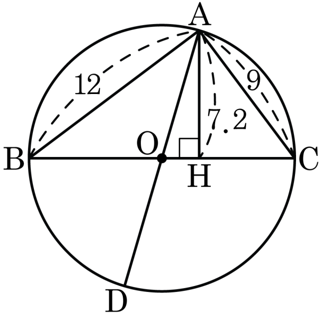
피타고라스 정리를 적용하면

$x + y = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

닮은 삼각형의 성질을 적용하면

$17x = 15^2, 17y = 8^2$ 이므로 $\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{17x}{17y}} = \frac{15}{8}$

18. 다음 그림에서 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 $\overline{AD}$ 는 지름이다. $\overline{AB}=12$, $\overline{AC}=9$, $\overline{AH}=7.2$ 일 때, 이 원의 지름을 구하여라.



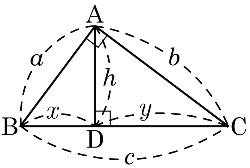
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$12\times 9=7.2\times\overline{BC}$, $\overline{BC}=15$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$

② $b^2 = cy$

③ $a^2 = cx$

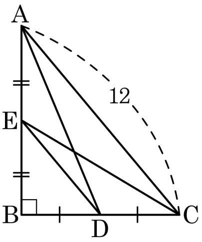
④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

20. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

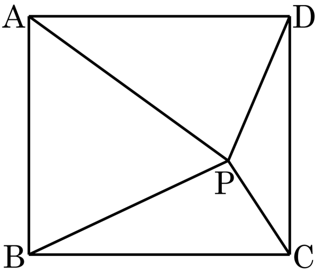
$\overline{BE} = x, \overline{BD} = y$ 라고 하면

$\triangle ABC$ 에서 $12^2 = (2x)^2 + (2y)^2, x^2 + y^2 = 36$

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2, \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD^2} + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 \\ &= 5(x^2 + y^2) \\ &= 5 \times 36 \\ &= 180\end{aligned}$$

21. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}}=5$, $\overline{\mathrm{PB}}=2\sqrt{5}$, $\overline{\mathrm{PC}}=2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

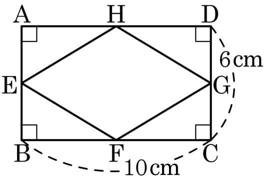
해설

$\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$ 이므로

$5^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$

$\therefore \overline{\mathrm{PD}}=\sqrt{13}$

22. 다음 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 마름모 EFGH 를 만들었다. $\overline{\mathrm{BC}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 6\,\mathrm{cm}$ 일 때, 마름모 EFGH 의 둘레를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

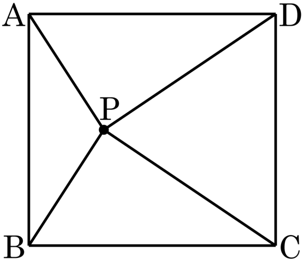
▷ 정답 : $4\sqrt{34}$ cm

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AH}} = 5\,\mathrm{cm}$ 이고 $\triangle\mathrm{AEH}$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{\mathrm{EH}} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 마름모의 둘레는 $4 \times \sqrt{34} = 4\sqrt{34}(\mathrm{cm})$ 이다.

23. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}} = 4, \overline{\mathrm{PC}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

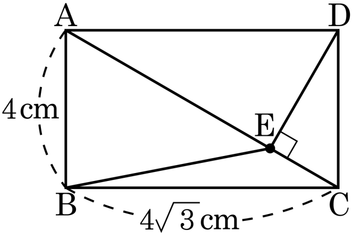


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}^2} + \overline{\mathrm{PD}^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

24. 아래 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 D 에서 대각선 AC 에 수선 DE 를 긋고, 점 B 와 점 E 를 연결한 것이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}, \overline{BC} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는 몇 cm 인가?



① $2\sqrt{2}\,\text{cm}$　② $2\sqrt{3}\,\text{cm}$　③ $4\,\text{cm}$

④ $2\sqrt{5}\,\text{cm}$　⑤ $2\sqrt{7}\,\text{cm}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$

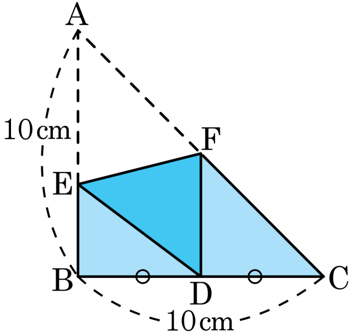
$\triangle$ACD 의 넓이를 이용하면 $\overline{ED} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle$DCE 에서 $\overline{EC} = 2\,\text{cm}, \overline{AE} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{ED}^2$, $6^2 + 2^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{7}\,\text{cm}$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ 인 직각이등변삼각형 ABC 를 $\overline{EF}$ 를 기준으로 접어서 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점에 위치하도록 하였다. 이때 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



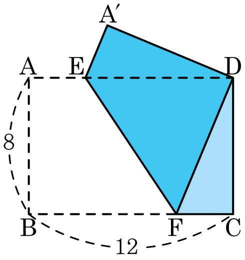
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$ cm

해설

$\overline{DE} = x$ 라 놓으면 $\overline{AE} = \overline{DE} = x$ 가 되고, $\overline{BE} = 10 - x$ 가 된다.
$\overline{BD} = 5\text{cm}$ ($\because$ $\overline{BC}$ 의 중점)
삼각형 EBD 에서 피타고라스 정리를 이용하면 $x^2 = 5^2 + (10 - x)^2$
, $x = \frac{25}{4}$ (cm)

26. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 이 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$

④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

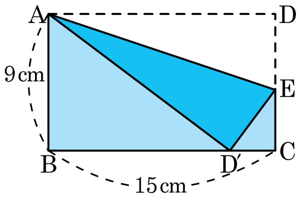
해설

$\triangle A'ED$ 에서

$8^2 + x^2 = (12 - x)^2$

$\therefore x = \frac{10}{3}$

27. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 D 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle AD'E$ 의 넓이는?



① $\dfrac{33}{2}\,cm^2$ ② $\dfrac{45}{2}\,cm^2$ ③ $\dfrac{55}{2}\,cm^2$

④ $\dfrac{65}{2}\,cm^2$ ⑤ $\dfrac{75}{2}\,cm^2$

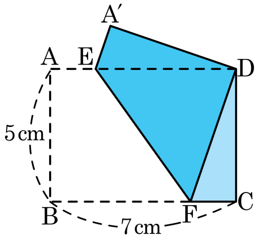
해설

$\triangle ABD'$ 에서 $\overline{BD'} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(cm)$ 이다. 따라서 $\overline{D'C} = 15 - 12 = 3(cm)$ 이다.

$\overline{D'E} = x\,cm$ 라 하면, $\overline{CE} = (9 - x)\,cm$

$\triangle D'CE$ 에서 $x^2 = (9-x)^2 + 3^2$, $x = 5$ 이다. 따라서 $\triangle AD'E$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 15 \times 5 = \dfrac{75}{2}(cm^2)$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle A'ED$ 의 넓이는?



① $\dfrac{22}{7}\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{24}{7}\,\text{cm}^2$
③ $\dfrac{26}{7}\,\text{cm}^2$ ④ $4\,\text{cm}^2$
⑤ $\dfrac{30}{7}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{A'E}$ 를 $x\,\text{cm}$ 라고 하면,

$\triangle A'ED$ 에서

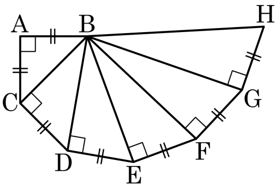
$5^2 + x^2 = (7 - x)^2$

$14x = 49 - 25$

$x = \dfrac{12}{7}(\text{cm})$

따라서 $\triangle A'ED$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 5 \times \dfrac{12}{7} = \dfrac{30}{7}(\text{cm}^2)$ 이다.

29. 다음 그림에서 $\triangle$BGH 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{GH}=a$ 라고 하면

$\overline{BG}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$ 일 때,

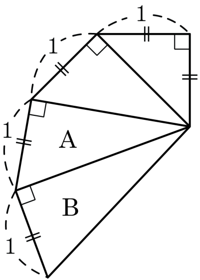
$\triangle$BGH 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$ 이다.

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

30. 다음 그림에서 삼각형 A 와 B 의 둘레의 길이의 차는?



① 1 ② $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

③ $2-\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

해설

삼각형 A 의 둘레의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2+1^2}+1+\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2}$

$=\sqrt{3}+1+2=3+\sqrt{3}$이다.

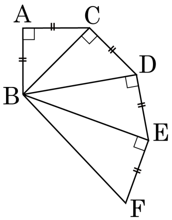
삼각형 B 의 둘레의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2}+1+\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2}$

$=2+1+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$이다.

따라서 차는 $3+\sqrt{5}-(3+\sqrt{3})=\sqrt{5}-\sqrt{3}$이다.

31. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는?



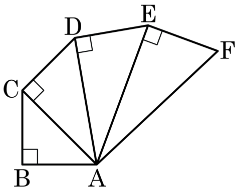
① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\overline{BF} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{15}$$

32. 다음 그림에서 $\overline{BA} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레가 $3+3\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

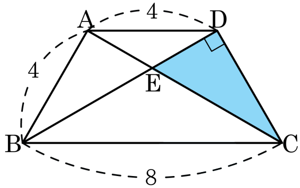
해설

$\overline{BA} = a$ 라고 하면 $\overline{AD} = \sqrt{a^2+a^2+a^2} = a\sqrt{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2+a^2} = 2a$ 이다.

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레는 $a+a\sqrt{3}+2a = 3a+a\sqrt{3} = 3+3\sqrt{3}$, $a = \sqrt{3}$ 이고

$\triangle AEF$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{3} = 3$ 이다.

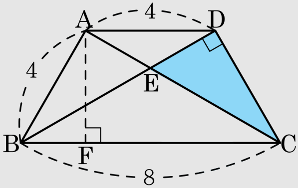
33. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle\mathrm{CDE}$ 의 넓이는 $\dfrac{b\sqrt{3}}{a}$ 이다. 이 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하면 $\overline{\mathrm{AF}} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$ 이다.

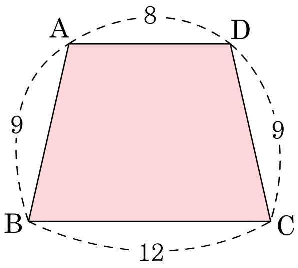
따라서 $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$\triangle\mathrm{ADE}$ 와 $\triangle\mathrm{BCE}$ 는 닮음이고 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{AED}$, $\triangle\mathrm{DEC}$ 는 높이가 일정하고, 밑변의 길이가 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비가 $1 : 2$ 이다.

$\triangle\mathrm{CDE}$ 의 넓이는 $4\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a = 3$, $b = 8$ 이다.

$\therefore b - a = 8 - 3 = 5$

34. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $20\sqrt{77}$ ② $10\sqrt{77}$

③ 180 ④ 90

⑤ $30\sqrt{5}$

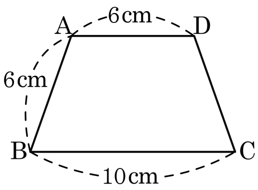
해설

사다리꼴 ABCD 의 높이를 h라 하면

$h^2 = 9^2 - 2^2 = 77,\ h = \sqrt{77}$

$\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times (8 + 12) \times \sqrt{77} = 10\sqrt{77}$

35. 다음과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $30\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　② $31\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $32\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　④ $33\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $34\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

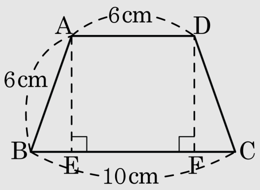
해설

점 A 와 점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하자.

□ABCD 가 등변사다리꼴이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = \overline{CF} = 2(\mathrm{cm})$

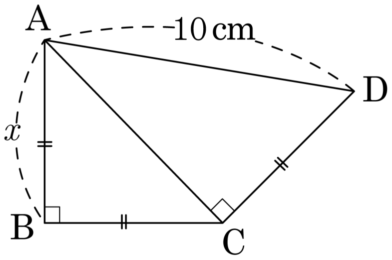
$\triangle ABE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AE} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$



따라서 □ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10+6) \times 4\sqrt{2} = 32\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

36. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$ cm

해설

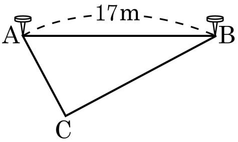
$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$ $\quad x>0$ 이므로 $x=$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=10$

$\sqrt{3}x=10$, $3x^2=100$, $x^2=\dfrac{100}{3}$

$\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$(cm)

37. 17 m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40 m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$가 직각이 되게 하려고 할 때, $\overline{AC}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



▶ **답 :** ______ m

▷ **정답 :** 8 m

해설

$\overline{AC} = x$라 하면, $\overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$

$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이므로

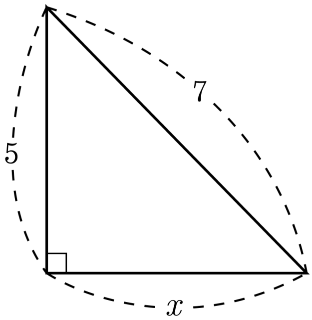
$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$

$x^2 - 23x + 120 = 0$

$(x - 8)(x - 15) = 0$

$\therefore\ x = 8(\text{m})\ (\because\ \overline{AC} < \overline{BC})$

38. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{8}$ ④ 4 ⑤ 6

해설

빗변이 7 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2+5^2=7^2$ 성립해야 하므로

$$x^2 = 7^2 - 5^2$$
$$= 49 - 25$$
$$= 24$$

$\therefore x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\ (\because x > 0)$

39. 세 변의 길이가 $a-7$, a, $a+1$ 인 직각삼각형일 때, 이 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$(a+1)^2 = a^2 + (a-7)^2$

$a^2 - 16a + 48 = 0$

$(a-4)(a-12) = 0$

$a = 4$ 또는 12

그런데 $a > 7$ 이므로 $a = 12$

넓이$= \dfrac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

40. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1+\sqrt{6}$

해설

$(x+3)^2=(x+2)^2+x^2$

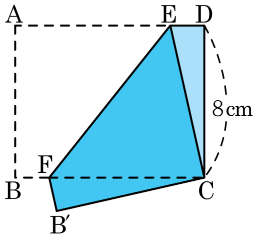
$x^2+6x+9=x^2+4x+4+x^2$

$x^2-2x-5=0$

$x=1\pm\sqrt{1+5}=1\pm\sqrt{6}$

$\therefore\ x=1+\sqrt{6}(\because x>0)$

41. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $7.2\,cm^2$

해설

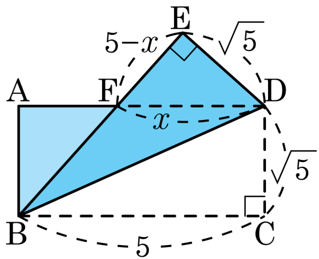
$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\,cm$ 이므로 $\overline{BC} = 10\,cm$ 이다.

$\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$

따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$

이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\,cm$ 이므로 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(\,cm^2)$

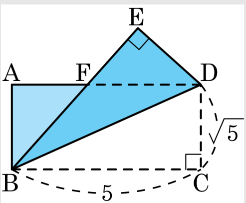
42. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{FD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



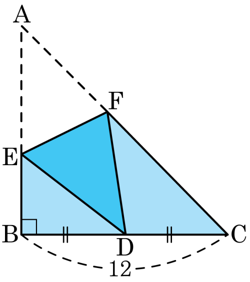
$\overline{\mathrm{FD}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{EF}} = 5 - x$

$\triangle\mathrm{EFD}$ 에서 $(5 - x)^2 + (\sqrt{5})^2 = x^2,\ 10x = 30$

$\therefore x = 3$

43. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 12$ 인 직각이등변 삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?



① x ② $12 - x$ ③ $x - 12$

④ $2x$ ⑤ $2x - 6$

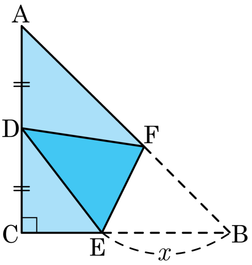
해설

$\overline{BE} = x$ 이면 $\overline{AE} = 12 - x$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이다.

따라서 $\overline{ED} = 12 - x$ 이다.

44. 다음 그림은 $\overline{AC} = \overline{BC} = 10$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 B 가 $\overline{AC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. $\overline{CE}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?



㉠ $2x$	㉡ $-4x+15$
㉢ $\sqrt{x^2-5^2}$	㉣ $20-4x$
㉤ $25-4x$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

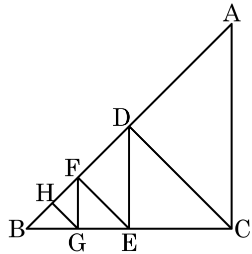
해설

$\overline{EB} = x = \overline{ED}$ 라 두면 $\overline{CE} = 10 - x$ 이고 $\overline{AD} = 10 \div 2 = 5$ 이다.

$\triangle CDE$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{CE} = \sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{DC}^2} = \sqrt{x^2 - 5^2}$$

45. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC} = 4$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D, 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E, 점 E 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 F, 점 F 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 G, 점 G 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\triangle$ABC 가 직각이등변삼각형이므로 $\triangle$HBG, $\triangle$HFG, $\triangle$FGE, $\triangle$FED, $\triangle$DEC, $\triangle$DCA 도 모두 직각이등변삼각형이다.

$\overline{HB} = a$ 로 놓으면

$\overline{FG} = \overline{EG} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

$\overline{EF} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a$

$\overline{DE} = \overline{CE} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a$

$\overline{DC} = \overline{AD} = \sqrt{8a^2 + 8a^2} = 4a$

$\overline{AC} = \sqrt{16a^2 + 16a^2} = 4\sqrt{2}a$

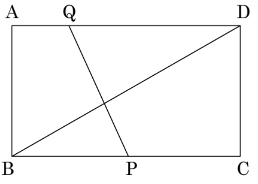
$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$\therefore\ 4\sqrt{2}a = 4,\ a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 삼각형 BHG 의 넓이는

$\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이다.

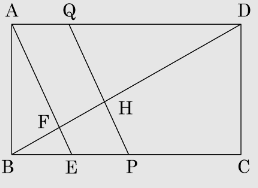
46. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 8 , 세로의 길이가 6 인 직사각형 ABCD 의 변 BC 위의 한 점 P 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 H , 그 연장선이 변 AD 와 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{2}$

해설



위의 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 에 평행한 직선을 그었을 때,

$\triangle\mathrm{BCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$

$\triangle\mathrm{ABD} = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{BD}} \times \overline{\mathrm{AF}} = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AD}} \times \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = \dfrac{24}{5}$

$\triangle\mathrm{ABE}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{AF}} \times \overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 $6^2 = \dfrac{24}{5} \times \overline{\mathrm{AE}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}} = \dfrac{15}{2}$

따라서 평행사변형의 성질에 의해 $\overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{AE}} = \dfrac{15}{2}$ 이다.

47. $\angle C = 90°$, $\overline{AB} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 C 에서 빗변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BCH 의 둘레의 길이는 삼각형 ACH 의 둘레의 길이의 2 배이다. 이때 삼각형 ABC 의 넓이가 40 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10 + 6\sqrt{5}$

해설

삼각형 BCH 의 둘레의 길이는 $2a$, 삼각형 CCH 의 둘레의 길이는 a 라 하면,

$\triangle ABC \backsim \triangle ACH \backsim \triangle ABH$

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$(\triangle \mathrm{ABC}$의 둘레의 길이$)^2$

$= (\triangle \mathrm{BCH}$의 둘레의 길이$)^2$

$+ (\triangle \mathrm{ACH}$의 둘레의 길이$)^2$ 에 의해

$(\triangle \mathrm{ABC}$의 둘레의 길이$)^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $a\sqrt{5}$ 이다.

이때, $\overline{CH} = (a + 2a) - a\sqrt{5} = a(3 - \sqrt{5})$

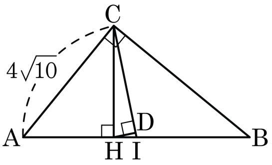
삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2}a(3 - \sqrt{5}) \times 10 = 5(3 - \sqrt{5})a = 40$

$\therefore\ a = 2(3 + \sqrt{5})$

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $2(3+\sqrt{5})\sqrt{5} = 10+6\sqrt{5}$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$, $\overline{CI} = 10\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 H 에서 $\overline{CI}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$ cm

해설

점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로
$\overline{AI} = \overline{BI} = 10\text{cm}$ 이다.
$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AH} : \overline{AC}$ 에서
$20x = \left(4\sqrt{10}\right)^2 = 160$ 이므로 $x = 8$ 이다.
$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$
$\overline{HI} = 2(\text{cm})$ 이고 $\triangle CHI$ 의 넓이는 일정함을 적용하면 $10 \times \overline{DH} =$
$2 \times \left(4\sqrt{6}\right) = 8\sqrt{6}$

따라서 $\overline{DH} = \dfrac{4\sqrt{6}}{5}$ (cm) 이다.

49. $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=9$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB, BC 의 중점을 각각 D, E 이라 할 때, 선분 AE와 선분 CD가 수직이 된다. 이때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $21+3\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC}=x$ 라 하면 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE}=\frac{1}{2}x$

□DECA 에서 $\overline{AE}\perp\overline{DC}$ 이므로

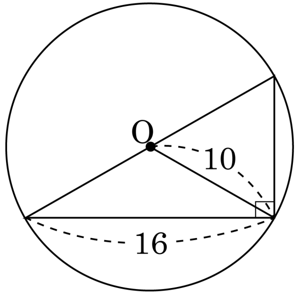
$\overline{AD}^2+\overline{EC}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$

$6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+x^2$

$\therefore\ x=3\sqrt{5}$

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $12+9+3\sqrt{5}=21+3\sqrt{5}$ 이다.

50. 다음 그림과 같이 점 O 를 원의 중심으로 하는 반지름이 10 인 원을 외접원으로 하는 직각삼각형의 둘레를 구하여라.

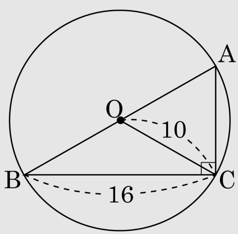


▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

다음 그림과 같이 점 A, B, C 를 잡으면



점 O 는 직각삼각형의 외심이므로

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = 10$ 이므로

직각삼각형의 빗변의 길이는 20 이다.

따라서 피타고라스 정리에 따라

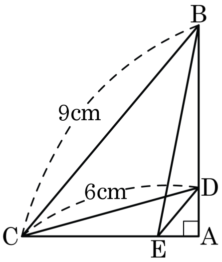
$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$

$\therefore \overline{AC}^2 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$ 이다.

따라서 이 직각삼각형의 둘레의 길이는 $20 + 16 + 12 = 48$ 이다.

51. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

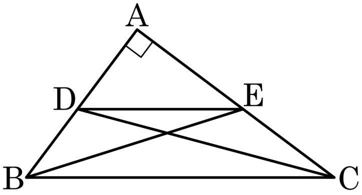
해설

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\},$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$$

$$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

52. 다음 그림에서 $\angle A = 90°, \overline{DE} = 5\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $3\sqrt{5}\,\text{cm}$　③ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$

$x = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$