1. 다음 중 이차함수인 것은? (정답 2 개)

① $y = x(x-3)+1$
② $y = -x^3+3x$
③ $y = 2x+1$
④ $y = \frac{1}{x^2}$
⑤ $y = 1-2x^2$

해설

$y = -x^3+3x$ 는 삼차함수, $y = 2x+1$ 는 일차함수, $y = \frac{1}{x^2}$ 는 분수함수이다.

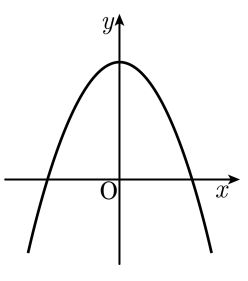
2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = -5x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = 2x^2$
④ $y = -3x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

3. 이차함수 $y = -ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?



① $a < 0,\ b > 0$　② $a > 0,\ b > 0$

③ $a > 0,\ b < 0$　④ $a < 0,\ b = 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0$

해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a > 0,\ b > 0$ 이 옳다.

4. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(6, -14)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$$
$$= \frac{1}{2}(x-6)^2 - 14$$
$$= \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4$$
$m = -6,\ n = 4$

$\therefore m + n = -6 + 4 = -2$

5. 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x-2)^2 - 10$
② $y = (x-2)^2 + 8$
③ $y = 2(x-2)^2 - 10$
④ $y = 2(x+1)^2 + 8$
⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a+b)$ 에 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 대입하면,
$-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$
$\therefore\ y = 2(x-2)^2 - 10$

6. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$
② $y = 2x^2 - 2$
③ $y = -(x+3)^2 + 2$
④ $y = -(x-2)^2 + 3$
⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2
④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

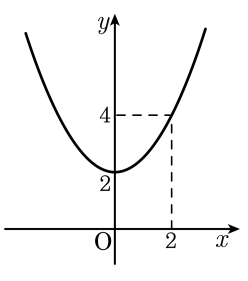
7. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $f(-1) = 0$　② $f(0) = 0$　③ $f(1) = -4$
④ $f(2) = -3$　⑤ $f(5) = 12$

해설

② $f(0) = -3$

8. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a,\ 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2,\ 4)$ 를 지나므로 $4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a,\ 10)$ 을 지나므로

$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2$

$\therefore a = 4 (\because a > 0)$

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1,\ 3)$, $(k,\ 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단,$k < 0$)

① 2　　② 1　　③ 0　　④ -1　　⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1,\ 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.
따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k,\ 12)$ 를 지나므로
$12 = 3 \times k^2$, $k^2 = 4$
따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

10. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 <u>아닌</u> 식을 모두 고르면?

① $y = -(x+1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = -3(x+1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x-1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

11. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y = 4x^2$	㉡ $y = \frac{1}{4}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y = -\frac{1}{16}x^2$	㉤ $y = 2x^2$	㉥ $y = \frac{1}{2}x^2$

▶ 답 : _____ 쌍

▷ 정답 : 1 쌍

해설

㉡와 ㉢

12. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2$　　② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = 2(x+1)^2$　　④ $y = 2(x-1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x+1)^2$ 이고, y 축과
의 교점의 좌표가 $(0,\ -2)$ 이므로
$-2 = a(0+1)^2$, $a = -2$ 이다.
$\therefore y = -2(x+1)^2$

13. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x + 2 \\ &= (x + 2)^2 - 4 + 2 \\ &= (x + 2)^2 - 2 \end{aligned}$$

$A = 2,\ B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

14. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 8$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = 3x^2 - 6x + 8$
$y = 3(x - 1)^2 + 5$
$a = 3,\ b = 1,\ c = 5$
$\therefore\ a + b + c = 9$

15. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

㉡ $y = 2x^2 - x$

㉢ $y = -(2 + x)(2 - x) + 3$

㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$

㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1 + x^2)$

㉥ $y = -(1 - x)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

㉠$\frac{1}{3}$ ㉡2 ㉢1 ㉣1 ㉤1 ㉥1

따라서 폭이 같은 것은 ㉢,㉣,㉤,㉥이다.

16. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① a : -2 또는 0 , b : 0
② a :-5 또는 -1 , b : -5
③ a : 1 또는 -3 , b : $\frac{3}{2}$
④ a : 1 또는 5 ,b : 5
⑤ a : 0 또는 2 , b : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $-2x^2 + 4x = 0$
$x^2 - 2x = x(x-2) = 0$
$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
$x = 0$ 을 대입하면 $y = 0$

17. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y축이다.

④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

해설

① y의 값의 범위는 $y \leq 0$이다.
② 위로 볼록하다.
④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ $x > 0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

18. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2,\ a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

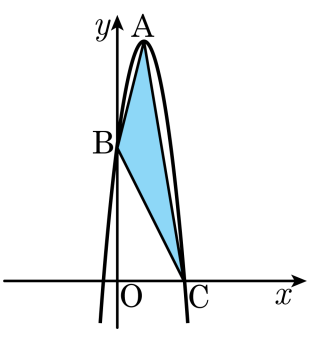
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로
$y = 2(x-3)^2$
점 $(2,\ a)$를 지나므로 $a = 2(2-3)^2$
$\therefore\ a = 2$

19. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + 10$ 의 그래프이다. 점 A 가 꼭짓점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

B $(0,\ 10)$

$y = -2x^2 + 8x + 10 = -2(x-2)^2 + 18$

A $(2,\ 18)$

점 C 는 y 좌표가 0 이므로

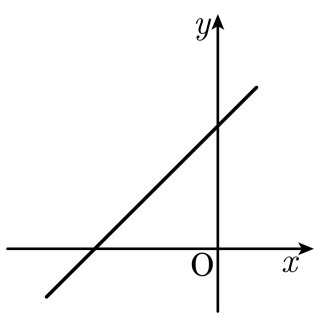
$0 = -2x^2 + 8x + 10,\ -2(x-5)(x+1) = 0$

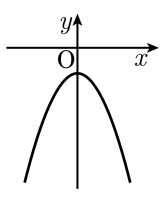
$x > 0$ 이므로 $x = 5$ $\quad\therefore$ C $(5,\ 0)$

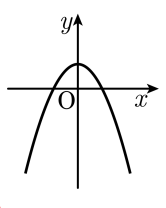
$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$

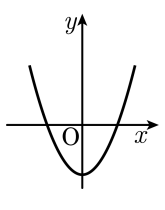
$= 10 + 45 - 25 = 30$

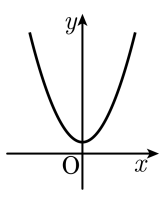
20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?

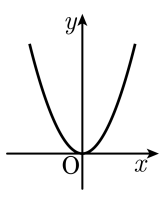


①


②


③


④


⑤


해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$ 에서 만나고 최댓값이 8 일 때, $a,\ b,\ c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = -4$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+3)(x-1) \\ &= a(x^2+2x-3) \\ &= a(x+1)^2 - 4a \end{aligned}$$

$-4a = 8$ 이므로 $a = -2$

$$\begin{aligned} y &= -2(x^2+2x-3) \\ &= -2x^2 - 4x + 6 \end{aligned}$$

$\therefore\ b = -4,\ c = 6$

22. 이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 최솟값이 -4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 + 4x + k$
$\quad = (x+2)^2 - 4 + k$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $-4 + k$ 를 가지므로
$-4 + k = -4 \qquad \therefore\ k = 0$

23. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$

$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

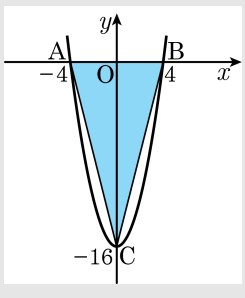
24. 이차함수 $y = x^2 - 16$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 꼭짓점을 C 라 할 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

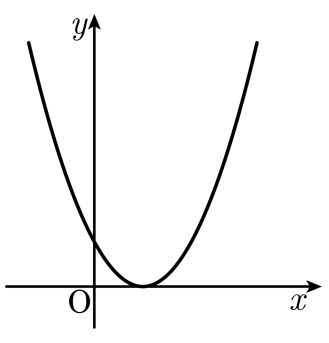
x 축과의 교점A, B 는 $x^2 - 16 = 0$ 의 근과 같다.
따라서 $x = \pm 4$ 이다.



꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -16)$ 이다.

구하는 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.

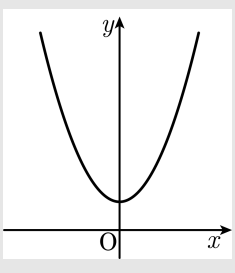
25. 이차함수 $y = a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



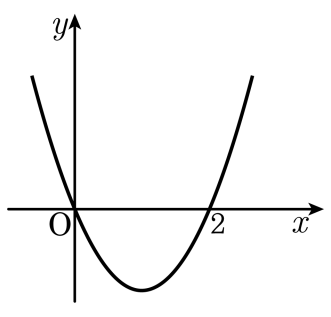
① 제1, 2 사분면
② 제3, 4 사분면
③ 제1, 2, 4 사분면
④ 제2, 3, 4 사분면
⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.
$y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면
② 제 1, 3 사분면
③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2, 3, 4 사분면
⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

27. 세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 8)$을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉣ ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 8)$을 지나므로
$-4 = c$
$-1 = a + b + c$
$8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3,\ b = 0,\ c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

28. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1,\ 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

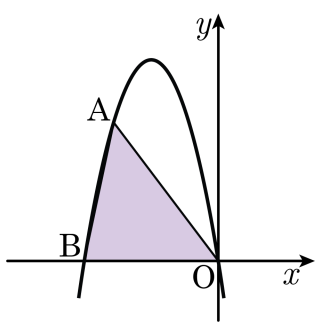
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$
점 $(-1,\ 6)$ 을 대입하면 $a = 1$
$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서
$a = 1$, $b = -4$, $c = 1$
따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

29. 다음 그림은 축의 방정식이 $x=-3$ 인 이차함수 $y=-x^2+bx+c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, △OAB 의 넓이의 최댓값은?



① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x=-3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y=-x^2+bx+c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0=c,\ 0=-36-6b$
$b=-6,\ c=0$
$y=-x^2-6x=-(x+3)^2+9$
△OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 △OAB 의 넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
△OAB 의 넓이$=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times 9=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$

30. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

① 1 초, 3 초　② 2 초, 4 초　③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초　⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
$y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x-2)^2 + 80$ 이므로
$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
$0 = -5x^2 + 20x + 60$
$-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
$-5(x-6)(x+2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.