1. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\frac{\pi}{4}$는 유리수가 아니다.

㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.

㉢ $1-\sqrt{7}$, $\sqrt{121}$, $-\sqrt{15^2}$, π는 모두 무리수이다.

㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.

㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

㉡ 순환소수는 유리수이다.
㉢ $\sqrt{121}$, $-\sqrt{15^2}$는 유리수이다.
㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

2. $\sqrt{90-x}-\sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

① 5 ② 9 ③ 15 ④ 26 ⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

3. a는 유리수, b는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a}+b$　　② $\frac{b}{a}$　　③ a^2-b^2

④ ab　　⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a=2, b=-\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ 이므로 유리수이다.
③ $b=\sqrt{2}$ 일 때, $b^2=2$ 이므로 a^2-b^2 는 유리수이다.
④ $a=0$ 일 때, $ab=0$ 이므로 유리수이다.
⑤ $a=2, b=\sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=2$ 이므로 유리수이다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.

② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.

③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.

④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

① 제곱수의 제곱근은 유리수

② $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

④ $0\times\sqrt{2}=0$

⑤ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$

5. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

① (무리수)+ (무리수)
② (무리수)− (무리수)
③ (유리수)× (무리수)
④ (무리수)÷ (무리수)
⑤ (무리수)− (유리수)

해설

① $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ (유리수)
② $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ (유리수)
③ $0\times\sqrt{2}=0$ (유리수)
④ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$ (유리수)

6. $\sqrt{18}+3$과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a, $2\sqrt{7}$과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4　　② 2　　③ 0　　④ -2　　⑤ -4

해설

① $\sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$

$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$

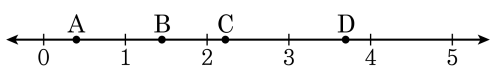
② $2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$

$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$

$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$

$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4$ 이다.

7. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?



① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1<\sqrt{2}<2$: $\mathrm{B}=\sqrt{2}$
$0<\sqrt{2}-1<1$: $\mathrm{A}=\sqrt{2}-1$
$a+b=\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$

$3<\sqrt{3}+2<4$: $\mathrm{D}=\sqrt{3}+2$
$2<4-\sqrt{3}<3$: $\mathrm{C}=4-\sqrt{3}$
$c+d=(4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2)=6$

8. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$　　㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$　　㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡　　② ㉠, ㉢　　③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢　　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \ \cdots (1)$

$a > 0$, $b < 0 \ \cdots (2)$

(1), (2) 에 의해 ㉠ $a + b < 0$

9. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$ ② $\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

10. $x > 0,\ y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$
㉡ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠,㉡　⑤ ㉠,㉢

해설

㉠ $x - y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$

㉡ $y - x < 0$,

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$

$= x + (-y) - (y - x) = 2x - 2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$

$= x - (-y) - (x - y)$

$= x + y - x + y = 2y$

11. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 <u>모두</u> 고르면?

① xy 의 최솟값은 6 이다.

② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.

③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.

④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.

⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.
$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)
$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)
$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)
$2x + y$ 는 $x = 2$, $y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)
$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

12. $\sqrt{59+a}=b$라 할 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그 때의 b의 합 $a+b$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 $64, 81, 100, \cdots$ 이므로
$59+a=64, 81, 100\cdots$
$\therefore a=5, 22, 41, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$이다.
$\therefore a+b=5+8=13$

13. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$　　② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$　　③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$

④ $\sqrt{-x^2y}$　　⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

14. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$

$A = 17,\ 18\ \cdots\ 23,\ 24,\ 25$ 이므로 9 개이다.

15. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2$, $b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.