1. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$ ㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$ ㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b|$ $\cdots(1)$

$a > 0$, $b < 0$ $\cdots(2)$

(1), (2)에 의해 ㉠ $a + b < 0$

2. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$　② $\sqrt{9}$　③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$　⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

3. a, b, c 가 $a>0$, $b>0$, $c>0$ 이고, $c>b>a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}-\sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a+b+c$ ② $a-b-c$ ③ $2b-2c$

④ 0 ⑤ $2a-2b$

해설

$a-b<0,\ b-c<0,\ c-a>0$ 이므로

$\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}-\sqrt{(c-a)^2}$

$=-(a-b)-\{-(b-c)\}-(c-a)$

$=-a+b+b-c-c+a$

$=2b-2c$

4. 두 자연수 x, y에 대하여 $\sqrt{120xy}$가 가장 작은 정수가 되도록 x, y의 값을 정할 때, 다음 중 x의 값이 될 수 없는 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$

$xy = 30$

$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6),$

$(6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$

5. $\sqrt{59+a}=b$라 할 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그 때의 b의 합 $a+b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 $64, 81, 100, \cdots$ 이므로
$59+a=64, 81, 100\cdots$
$\therefore a=5, 22, 41, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$이다.
$\therefore a+b=5+8=13$

6. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$ ② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$ ③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$

④ $\sqrt{-x^2y}$ ⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

7. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$

$A = 17,\ 18 \cdots 23,\ 24,\ 25$ 이므로 9 개이다.

8. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2$, $b = \sqrt{2}$ 라 하면
① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
② $\dfrac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수
④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수
⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

9. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$5 = \sqrt{25}$,
$9 = \sqrt{81}$,
$a = 80$,
$b = 26$,
$\therefore a+b = 106$