

1. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$ ② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$ ④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

2. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① 18 ② 6 ③ 0 ④ -3 ⑤ -6

해설

$$3(x+3)^2 = 8, (x+3)^2 = \frac{8}{3}$$

$$x+3 = \pm\sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = -3 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \left(-3 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + \left(-3 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = -6$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 근이 이차방정식 $3x^2 + ax - 4 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값과 다른 한 근을 차례로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $x = \frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$x = -2 \text{ 을 } 3x^2 + ax - 4 = 0 \text{ 에 대입하면 } a = 4$$

$$\text{즉, } 3x^2 + 4x - 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 다른 한 근은 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

4. 이차방정식 $(3x-1)(x+2) = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$ ② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$
③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$ ④ $x = 1$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

$$3x - 1 = 0 \text{ 또는 } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

5. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 5 = 0$ 의 두 근이 $x = 2, x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(x-2)(x-b) &= 0 \\ x^2 - (2+b)x + 2b &= 0 \\ 2+b &= -a, \quad 2b = -a-5 \\ \therefore b &= -3, \quad a = 1 \\ \therefore a+b &= -2\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k = -1$	㉡ $k = 0$	㉢ $k = 1$
㉣ $a = -1$	㉤ $a = 0$	㉥ $a = 1$

- ① ㉠, ㉣ ② ㉣, ㉥ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉣, ㉥

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$k = \pm 1$ 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$

$$\therefore x = \pm 1$$

$\therefore k = 1$ 일 때, 중근 $a = 1$ 또는 $k = -1$ 일 때, 중근 $a = -1$

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x + 15 - m &= 0 \\4^2 &= 15 - m \\ \therefore m &= -1\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

① $a = -3, b = -25$

② $a = -3, b = 25$

③ $a = 3, b = -25$

④ $a = 3, b = 25$

⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$$\begin{aligned}x - a &= \pm \sqrt{b} \\x &= a \pm \sqrt{b} \\a + \sqrt{b} &= 8, a - \sqrt{b} = -2 \\ \text{두 식을 변끼리 더하면} \\2a &= 6, a = 3 \\ \sqrt{b} &= 5, b = 25 \\ \therefore a &= 3, b = 25\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x = 1$ (중근) 이다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

10. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

11. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$6x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

13. 다음 이차방정식 중에서 해가 없는 것은?

① $4x^2 - 12x + 9 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $2x^2 - 4x + 1 = 0$

④ $4x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $6x - 5x^2 = 0$

해설

② $D = 2^2 - 4 \times 5 = -16 < 0$

14. 이차방정식 $x^2+6x+k+1=0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 9 - (k + 1) = 0$$

$$9 - k - 1 = 0$$

$$\therefore k = 8$$

15. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

16. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다. 따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

17. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.

이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

18. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

19. 이차방정식 $\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 에서

$(a-3)x^2 + 2ax + 2a + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (a-3)(2a+4) > 0$$

$$a^2 - 2a - 12 < 0$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 1 + \sqrt{13} \text{ (단, } a \neq 3 \text{)}$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 3 \text{ 또는 } 3 < a < 1 + \sqrt{13}$$

이때 정수 a 의 최솟값은 $1 - \sqrt{13} < -2$ 이므로 $a = -2$ 이다.

20. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

근과 계수의 관계에 의하여
두 근의 곱은 $\frac{2}{2} = 1$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

22. 이차방정식 $x^2 - 8x - A = 0$ 의 두 근의 합이 B 이고, 곱이 5 일 때, A, B 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

▷ 정답 : $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$8 = B$$

$-A = 5$ 이므로 $A = -5$ 이다.

23. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
④ $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

24. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $4x^2 - 4x = 0$

③ $3x(x+1) = x(x+1)$

④ $x^2 = x(x-1) - 4$

⑤ $3x^2 - 4 = x^2 + 4x$

해설

④ x 에 관한 일차방정식이다.

25. 이차방정식 $(x-2)^2 = 4x-7$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$, a, b, c 는 상수)의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $abc = -88$

해설

$(x-2)^2 = 4x-7$ 을 정리하면
 $x^2 - 8x + 11 = 0$ 이므로
 $a = 1, b = -8, c = 11$
 $\therefore abc = 1 \times (-8) \times 11 = -88$