

1. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{5, 7, 13\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A^c = \{3, 9, 11\}$

② $A \cup B = \{1, 5, 7\}$

③ $A - B = \{1, 5\}$

④ $A \cap B = \{5, 7\}$

⑤ $A - B^c = \{5\}$

해설

① $A^c = \{3, 9, 11, 13\}$

② $A \cup B = \{1, 5, 7, 13\}$

③ $A - B = \{1\}$

⑤ $A - B^c = \{5, 7\}$

2. $n(A) = 20$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A \cap B) = 4$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 20 + n(B) - 4$$

$$\therefore n(B) = 32$$

3. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S, a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \cdots$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$) 꼴의 수만 나타난다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = { x | x 는 전자제품}

㉡ {1, 2, 3, 4} = { x | x 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}

㉢ {매화, 난초, 국화, 소나무} = { x | x 는 사군자의 이름}

㉣ {0과 1 사이의 분수} = $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$

㉤ {1, 3, 17, 51} = { x | x 는 51의 약수}

㉥ {징, 장구, 북, 팽과리} = { x | x 는 사물놀이에 쓰이는 악기}

- ① ㉡, ㉣

② ㉢, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉣, ㉥

해설

- ㉡ { x | x 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}는 {0, 1, 2, 3}이다.
- ㉣ {0과 1 사이의 분수}는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \cdots\right\}$ 이다.

5. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 $n(A) = 4$, $n(B) = 6$ 이므로

$n(A) + n(B) = 10$ 이다.

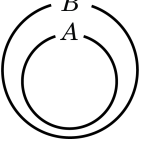
6. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 24\text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
- ① $B = \{x|x\text{는 } 8\text{의 약수}\}$
 - ② $B = \{x|x\text{는 } 10\text{ 미만의 짝수}\}$
 - ③ $B = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$
 - ④ $B = \{x|x\text{는 } 30\text{ 미만의 } 6\text{의 배수}\}$
 - ⑤ $B = \{x|x\text{는 } 18\text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- ③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ④ $B = \{6, 12, 18, 24\}$
- ⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

7. 두 집합 A, B 사이의 포함관계가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?



- ① $A \cap B = \emptyset$
- ② $A \cup B = A$
- ③ $A - B = \emptyset$
- ④ $B \subset A$
- ⑤ $B - A = B$

해설

$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$

$\Rightarrow A \cap B = A$

$\Rightarrow A - B = \emptyset$

$\Rightarrow B^c \subset A^c$

8. 세 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, a, b\}$, $C = \{1, 2, 2b - 4\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로 다른 양수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$n(B) = n(C)$, $B \subset C \Rightarrow B = C$ 이므로 $a = 2$ 또는 $b = 2$

i) $a = 2$ 이면 $B \subset C$ 이므로, $b = 2b - 4$

$\therefore b = 4$

ii) $b = 2$ 이면 $B \subset C$ 이므로 $a = 0$

그러나 a, b 는 양수라는 조건에 맞지 않는다

$\therefore a = 2, b = 4$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $1 \in X, 2 \notin X$ 를 만족하는 A 의 진부분집합 X 는 몇 개인가?

① 7개 ② 8개 ③ 15개 ④ 16개 ⑤ 31개

해설

$1 \in X, 2 \notin X$ 이므로 $\{3, 4, 5\}$ 의 진부분집합 개수와 같다.

원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합 수 : 2^n

$\therefore 2^3 = 8$ (개)

* 주의 : 이 문제에서 ‘진부분집합’에 주목하여 답을 7로 할 수 있으나 2가 원소가 될 수 없으므로 A는 예시당초 X가 될 수 없다.

10. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 부분집합 중 원소 1, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 에서 원소 1, 7 을 모두 포함하는 부분집합은 $\{1, 7\}$, $\{1, 3, 7\}$, $\{1, 5, 7\}$, $\{1, 3, 5, 7\}$ 따라서 부분집합의 개수는 4이다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $\emptyset \cup A = A$

③ $A \subset (A \cap B)$

④ $B \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$
 $A \subset (A \cup B), B \subset (A \cup B)$

12. 두 집합 $A = \{2, 4, a-1\}$, $B = \{a-8, a-3, b+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 9\}$ 일 때, 집합 A 와 집합 B 의 합집합은?

① $\{2, 4, 8\}$

② $\{2, 4, 7, 9\}$

③ $\{2, 4, 8, 9\}$

④ $\{2, 4, 7, 8, 9\}$

⑤ $\{2, 4, 7, 9, 11\}$

해설

$A \cap B = \{2, 9\}$ 이므로 $9 \in A$
 $a-1=9 \therefore a=10$
 $a=10$ 이므로 $B = \{2, 7, b+2\}$
 $9 \in B$ 이므로 $b+2=9 \therefore b=7$
 $A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{2, 7, 9\}$ 이므로
 $A \cup B = \{2, 4, 7, 9\}$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 와 집합 B 가 다음과 같을 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

$A \cup B = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } 3 \text{미만의 자연수}\}$

- ① {1, 4, 8}
- ② { $x|x$ 는 5보다 큰 2의 배수}
- ③ { $x|x$ 는 10보다 작은 4의배수}
- ④ { $x|x$ 는 8의 약수}
- ⑤ { $x|x$ 는 12의 약수}

해설

집합 $B = \{1, 2\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
집합 A 는 원소 4, 8 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
⑤ { $x|x$ 는 12의 약수} = {1, 2, 3, 4, 6, 12} $\not\subset$ {1, 2, 4, 8}

14. 전체집합 $U = \{a, e, i, o, u\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, e, u\}, B = \{e, i\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

$\textcircled{\tiny \neg} A^c = \{i, o, u\}$	$\textcircled{\tiny \subset} A - B = \{a, u\}$
$\textcircled{\tiny \supset} A - B^c = \{a, i, u\}$	$\textcircled{\tiny \supset} B^c - A = \{a, i, u\}$
$\textcircled{\tiny \supset} B - A = \{i\}$	$\textcircled{\tiny \supset} B^c = \{a, i, o, u\}$

▶ 답 :

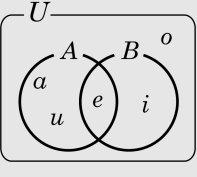
▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \subset}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \supset}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- $\textcircled{\tiny \neg} A^c = \{i, o\}$
- $\textcircled{\tiny \subset} A - B = \{a, u\}$
- $\textcircled{\tiny \supset} A - B^c = \{e\}$
- $\textcircled{\tiny \supset} B^c - A = \{o\}$
- $\textcircled{\tiny \supset} B - A = \{i\}$
- $\textcircled{\tiny \supset} B^c = \{a, o, u\}$

15. 전체집합 U 의 부분집합을 A, B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 몇 개인가?

- $\supsetneq U - A^c = B$

$\supsetneq U \subset (A \cup B)$

$\supsetneq (A^c)^c = A$

$\supsetneq A \cap A^c = \emptyset$

$\supsetneq A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\supsetneq U - A^c = A$

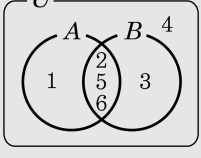
$\supsetneq (A \cup B) \subset U$

따라서 ③, ④, ⑤이 옳다.

16. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{1\}, B - A = \{3\}, A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 5\}$ ③ $\{1, 2, 6\}$
④ $\{1, 2, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 3, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A^c \cap B^c = \{4\} = (A \cup B)^c$ 이므로 집합 $A = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.



17. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 5\}$ 에 대하여

$(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$$(A \cup B)^c = \{4\}, (A - B)^c = \{2, 4, 5\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{4\} \subset X \subset \{2, 4, 5\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$ 을 간단히 하면?

① A

② B

③ $\emptyset$

④ U

⑤ $A \cup B$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c) &= (A \cup B) \cap (A \cup B)^c \\ &= (A \cup B) - (A \cup B) = \emptyset\end{aligned}$$

19. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, 주어진 식을 간단히 하면?

$$(A_{18} \cup A_{36}) \cap (A_{36} \cup A_{24})$$

- ① A_{36}

② A_{24}

③ A_{18}

④ A_{12}

⑤ A_6

해설

$$\begin{aligned} &(A_{18} \cup A_{36}) \cap (A_{36} \cup A_{24}) \\ &= (A_{36} \cup A_{18}) \cap (A_{36} \cup A_{24}) \\ &= A_{36} \cup (A_{18} \cap A_{24}) \\ &= A_{36} \cup A_{72} \quad (\because 18 \text{과 } 24 \text{의 최소공배수는 } 72) \\ &= A_{36} \end{aligned}$$

20. 어느 학급 학생 50 명 중 동물을 좋아하는 학생은 24 명, 식물을 좋아하는 학생은 27 명, 동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은 39 명이라고 한다. 이 때, 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 5 명

해설

동물을 좋아하는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 24$
식물을 좋아하는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은
 $n((A - B) + (B - A)) = 39$
동물과 식물을 모두 좋아하는 학생은 $A \cap B$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $\qquad\qquad = 24 + 27 - 6 = 45$
 $\therefore (A \cup B)^c = 50 - 45 = 5$
따라서 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 모두 5 명이다.

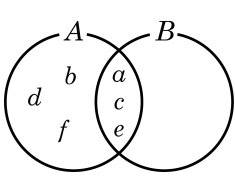
21. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, A \neq B$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ $n(A) < n(B)$
- ㉡ $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 8개이다.
- ㉢ $n(B) = 3$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ㉣ $n(A) + 2 = n(B)$
- ㉤ $n(A) = n(B)$

해설

- ㉠ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) \geq n(A) + 1$ 이다. 따라서 $n(A) < n(B)$ 가 된다.
- ㉡ $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 자기 자신을 제외해야 하므로 7개이다.
- ㉢ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) = 3$ 이면 $n(A) \leq 2$ 이다.
- ㉣, ㉤ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) > n(A)$ 이다.

22. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



- ① $\{a, b, c, d, e\}$ ② $\{a, c, d, e, g\}$ ③ $\{b, d, e, f, g\}$
④ $\{a, c, d, e, g\}$ ⑤ $\{a, c, e, g, h\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{a, c, e\}$ 을 포함하여야 한다.
그러나 A 집합에만 존재하는 원소 b, d, f 는 들어갈 수 없다.

- ① b, d 가 포함되어서 옳지 않다.
② d 가 포함되어서 옳지 않다.
③ b, d, f 가 포함되어서 옳지 않다.
④ d 가 포함되어서 옳지 않다.

23. 다음 중에서 $\{(A - B) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\}$ 와 같은 집합이 아닌 것은?

① $(A \cup B) - (A \cap B)$

② $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$

⑤ $(A \cap B)^c \cap (A \cup B)$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A - B) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\} \\ &= \{(A \cap B^c) \cup A^c\} \cap \{(A \cap B^c) \cup B\} \\ &= (A^c \cup B^c) \cap (A \cup B) \\ &= (A \cap B)^c \cap (A \cup B) \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (A - B) \cup (B - A) \end{aligned}$$

24. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $B = \{1, 3, 5, 9\}$, A 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 3, 9, 10\}$ 를 만족하는 집합 A 는?

- ① {2, 5}

② {5, 7}

③ {5, 10}
- ④ {5, 7, 9}

⑤ {5, 9, 10}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 9\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 9, 10\}$ 이므로 $A \cap B = \{5\}$ 이다.
따라서 집합 $A = \{5, 10\}$ 이다.

25. 자연수 전체의 집합의 부분집합 $A = \{a|a \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{b|b \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$ 의 모든 원소의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 95

해설

$$A = \{a|a \text{는 } 24 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$B = \{b|b \text{는 } 36 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) &= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{8, 9, 18, 24, 36\}\end{aligned}$$

$$\text{따라서 원소의 총합은 } 8 + 9 + 18 + 24 + 36 = 95$$

26. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 64개

해설

$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,
 $A = \{x|x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,
 $n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고
나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

(1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분
집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분
집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분
집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분
집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)

27. 두 집합 $A = \{3, a + 3, 2a + 3\}$, $B = \{5, a + 4, 4a + 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 7\}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{3, a + 3, 2a + 3\}$, $B = \{5, a + 4, 4a + 3\}$ 이고,
 $A - B = \{3, 7\}$ 이므로 집합 A 는 반드시 원소 7 을 가진다.
(1) $a + 3 = 7$ 일 때, $a = 4$ 이고, $A = \{3, 7, 11\}$, $B = \{5, 8, 19\}$ 이다.
이때 $A - B \neq \{3, 7\}$ 이므로 성립할 수 없다.
(2) $2a + 3 = 7$ 일 때, $a = 2$ 이고, $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{5, 6, 11\}$ 이다.
이때 $A - B = \{3, 7\}$ 이므로 성립된다.
 $\therefore a = 2$

28. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid 5 < x \leq 10, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여
 $A * B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라 할 때 $(B * A) \cap C$ 의 집합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6, 7, 8\}$

해설

$$B * A = \{3, 5, 6, 7, 8, 16\}$$

$$(B * A) \cap C = \{6, 7, 8\}$$