

1. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

- ☐ -1.5
- ☐ $\frac{11}{9}$
- ☐ 0.101011011001100011...
- ☐ π
- ☐ 3.08
- ☐ 0.012201220122...

 답: 개

 정답: 4 개

해설

☐, ☐, ☐, ☐

2. $\frac{5}{12}$ 와 $\frac{5}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\frac{5}{12} = 0.41\dot{6}, \frac{5}{9} = 0.\dot{5}$$

$$a = 6, b = 5, a + b = 11$$

3. 다음 중 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ $\frac{3}{40}$	㉡ 3.14159...	㉢ $\frac{7}{250}$
㉤ $\frac{24}{360}$	㉥ $\frac{3}{120}$	㉦ $\frac{21}{42}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

2나 5의 소인수만으로 이뤄진 기약분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

㉡ 3.14159... (무한소수)

㉢ $\frac{7}{250} = \frac{7}{2 \times 5^3}$ (유한소수)

㉤ $\frac{24}{360} = \frac{24}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{3 \times 5}$ (무한소수)

㉥ $\frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

㉦ $\frac{1}{2}$ (유한소수)

4. 유리수 $x = 2.4 + 24 \times \left(\frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^7} + \cdots \right)$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2.4 + 24 \times \frac{1}{10^3} + 24 \times \frac{1}{10^5} + 24 \times \frac{1}{10^7} + \cdots \\&= 2.4 + 0.024 + 0.00024 + 0.0000024 + \cdots \\&= 2.4242424 \cdots \\&= 2.4\dot{2} \\ \therefore 2.4\dot{2} &= \frac{242 - 2}{99} = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}\end{aligned}$$

따라서 분모와 분자의 차는 $80 - 33 = 47$ 이다.

5. 다음 순환소수 $2.4\dot{2}0 = \frac{b}{a}$ 일 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 703

해설

$$2.4\dot{2}0 = \frac{2420 - 24}{990} = \frac{1198}{495}$$

$$a = 495, b = 1198$$

$$\therefore b - a = 703$$

6. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $0.37 = 0.\dot{3}7$ ② $0.\dot{6}9 = 0.7$ ③ $0.3\dot{5} = 0.\dot{3}5$
④ $0.\dot{3} < \frac{3}{10}$ ⑤ $0.39 < 0.4$

해설

$$0.\dot{6}9 = \frac{69-6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$\textcircled{1} \quad 0.37 < 0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$$

$$\textcircled{3} \quad 0.3\dot{5} = 0.3555\cdots > 0.353535\cdots = 0.3\dot{5}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{3} = \frac{3}{9} > \frac{3}{10}$$

$$\textcircled{5} \quad 0.39 = \frac{39-3}{90} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4$$

7. x 가 $1 < x \leq 20$ 인 자연수일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되도록 하는 모든 x 의 값의 합은?

① 60 ② 62 ③ 65 ④ 68 ⑤ 70

해설

x 가 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 된다.

8. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.\dot{a}bc$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\dot{6} \text{ 이므로}$$

$$a = 5, b = 7, c = 6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 18$$

9. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181....$$

$27 \div 2 = 13 \dots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

10. 부등식 $3.9 < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 18 ⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

11. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐

㉠ 순환소수는 유리수이다.
- ☐

㉡ 무한소수는 순환소수이다.
- ☐

㉢ 유한소수는 유리수이다.
- ☐

㉣ 무한소수는 유리수이다.
- ☐

㉤ 0은 유리수가 아니다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠. 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
㉡. 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
㉢. 0은 유리수이다.

12. 자연수 n 과 유리수 x, y 에 대하여 $xy = -1$ 일 때, $x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$xy = -1$ 이면 $\frac{1}{x} = -y, \frac{1}{y} = -x$ 이므로

$$\begin{aligned} & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{2n-1} + y^{2n-1} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + (-y)^{2n-1} + y^{2n-1} + (-x)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \end{aligned}$$

자연수 n 에 대하여 $2n - 1$ 은 홀수이므로

$$\begin{aligned} \therefore & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} - y^{2n-1} + y^{2n-1} - x^{2n-1} - 1 - 1 \\ & = -2 \end{aligned}$$

13. $y < x$ 인 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 는 기약분수이고, $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수일 때, x 의 최댓값과 최솟값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{y}{x}$ 는 기약분수이므로 x, y 는 서로소이고,
 $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수이므로 x 는 10^3 의 약수이다.

따라서 x 를 소인수분해하면 $2^a \times 5^b$ (a, b 는 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$y < x$ 이면서, 1000 의 약수인 x 최댓값은 $2^3 \times 5^3 = 1000$

1000 의 약수인 x 의 최솟값은 $2^1 = 2$

14. 두 순환소수 $0.\dot{a}2\dot{b}$ 와 $0.\dot{a}b\dot{2}$ 의 합이 $\frac{307}{333}$ 일 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$
$$200a + 11b + 22 = 921$$
$$200a + 11b = 899$$
$$11b < 100 \text{ 이므로 } 200a = 800$$
$$\therefore a = 4, b = 9$$

15. $a \odot b$ 를 $\begin{cases} a \neq b \text{이면 } 1 \\ a = b \text{이면 } 0 \end{cases}$ 이라 할 때, $a = 0.2\dot{9}$, $b = \frac{1}{45}$, $c = \frac{3}{10}$, $d = 0.\dot{0}2$ 에 대하여 $(a \odot c) \odot (b \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$a = c = \frac{3}{10}, b = \frac{1}{45} \neq d = \frac{2}{99}$$

$$(a \odot c) \odot (b \odot d) = 0 \odot 1 = 1$$