

1. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ -1.5

㉡ $\frac{11}{9}$

㉢ $0.101011011001100011\dots$

㉣ π

㉤ 3.08

㉥ $0.012201220122\dots$

▶ 답: 개

▶ 정답: 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

2. $\frac{5}{12}$ 와 $\frac{5}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$\frac{5}{12} = 0.41\dot{6}, \quad \frac{5}{9} = 0.\dot{5}$$

$$a = 6, \quad b = 5, \quad a + b = 11$$

3. 다음 중 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \frac{3}{40}$$

$$\textcircled{㉡} 3.14159\dots$$

$$\textcircled{㉢} \frac{7}{250}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{24}{360}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3}{120}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{21}{42}$$

▶ **답:** 개

▷ **정답:** 4 개

해설

2나 5의 소인수만으로 이뤄진 기약분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{㉠} \frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} \text{ (유한소수)}$$

$$\textcircled{㉡} 3.14159\dots \text{ (무한소수)}$$

$$\textcircled{㉢} \frac{7}{250} = \frac{7}{2 \times 5^3} \text{ (유한소수)}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{24}{360} = \frac{24}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{3 \times 5} \text{ (무한소수)}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 5} \text{ (유한소수)}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{1}{2} \text{ (유한소수)}$$

4. 유리수 $x = 2.4 + 24 \times \left(\frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^7} + \dots \right)$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$$(주어진 식) = 2.4 + 24 \times \frac{1}{10^3} + 24 \times \frac{1}{10^5} + 24 \times \frac{1}{10^7} + \dots$$

$$= 2.4 + 0.024 + 0.00024 + 0.0000024 + \dots$$

$$= 2.4242424 \dots$$

$$= 2.\dot{4}\dot{2}$$

$$\therefore 2.\dot{4}\dot{2} = \frac{242 - 2}{99} = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}$$

따라서 분모와 분자의 차는 $80 - 33 = 47$ 이다.

5. 다음 순환소수 $2.4\dot{2}\dot{0} = \frac{b}{a}$ 일 때 $b - a$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 703

해설

$$2.4\dot{2}\dot{0} = \frac{2420 - 24}{990} = \frac{1198}{495}$$

$$a = 495, b = 1198$$

$$\therefore b - a = 703$$

6. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.37 = 0.\dot{3}7$

② $0.6\dot{9} = 0.7$

③ $0.3\dot{5} = 0.\dot{3}5$

④ $0.\dot{3} < \frac{3}{10}$

⑤ $0.3\dot{9} < 0.4$

해설

$$0.6\dot{9} = \frac{69 - 6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0.7$$

① $0.37 < 0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$

③ $0.3\dot{5} = 0.3555\cdots > 0.353535\cdots = 0.\dot{3}5$

④ $0.\dot{3} = \frac{3}{9} > \frac{3}{10}$

⑤ $0.3\dot{9} = \frac{39 - 3}{90} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4$

7. x 가 $1 < x \leq 20$ 인 자연수일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되도록 하는 모든 x 의 값이 합은?

① 60

② 62

③ 65

④ 68

⑤ 70

해설

x 가 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 된다.

8. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.\overset{\cdot}{abc}$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\overset{\cdot}{6} \text{ 이므로}$$

$a = 5, b = 7, c = 6$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 18$$

9. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

① 2

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181\dots$$

$27 \div 2 = 13 \dots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

10. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

11. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 순환소수이다.
- ㉢ 유한소수는 유리수이다.
- ㉣ 무한소수는 유리수이다.
- ㉤ 0은 유리수가 아니다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠. 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉡. 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉤. 0은 유리수이다.

12. 자연수 n 과 유리수 x, y 에 대하여 $xy = -1$ 일 때, $x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$xy = -1 \text{ 이면 } \frac{1}{x} = -y, \frac{1}{y} = -x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{2n-1} + y^{2n-1} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + (-y)^{2n-1} + y^{2n-1} + (-x)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \end{aligned}$$

자연수 n 에 대하여 $2n - 1$ 은 홀수이므로

$$\begin{aligned} \therefore & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} - y^{2n-1} + y^{2n-1} - x^{2n-1} - 1 - 1 \\ & = -2 \end{aligned}$$

13. $y < x$ 인 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 는 기약분수이고, $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수일 때, x 의 최댓값과 최솟값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1000

▷ 정답: 2

해설

$\frac{y}{x}$ 는 기약분수이므로 x, y 는 서로소이고,

$\frac{1000y}{x}$ 는 자연수이므로 x 는 10^3 의 약수이다.

따라서 x 를 소인수분해하면 $2^a \times 5^b$ (a, b 는 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$y < x$ 이면서, 1000 의 약수인 x 최댓값은 $2^3 \times 5^3 = 1000$

1000 의 약수인 x 의 최솟값은 $2^1 = 2$

14. 두 순환소수 $0.\dot{a}2\dot{b}$ 와 $0.\dot{a}b\dot{2}$ 의 합이 $\frac{307}{333}$ 일 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$

$$200a + 11b + 22 = 921$$

$$200a + 11b = 899$$

$$11b < 100 \text{ 이므로 } 200a = 800$$

$$\therefore a = 4, b = 9$$

15. $a \odot b$ 를 $\begin{cases} a \neq b \text{이면 } 1 \\ a = b \text{이면 } 0 \end{cases}$ 이라 할 때, $a = 0.2\dot{9}$, $b = \frac{1}{45}$, $c = \frac{3}{10}$, $d =$

$0.\dot{0}2$ 에 대하여 $(a \odot c) \odot (b \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$a = c = \frac{3}{10}, b = \frac{1}{45} \neq d = \frac{2}{99}$$

$$(a \odot c) \odot (b \odot d) = 0 \odot 1 = 1$$