

1. $x = 1$ 일 때,

$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{3}{(x+3)(x+6)} + \frac{4}{(x+6)(x+10)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{8}{11}$

② $\frac{10}{11}$

③ $\frac{12}{11}$

④ $\frac{8}{9}$

⑤ $\frac{10}{9}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{3}{(x+3)(x+6)} + \frac{4}{(x+6)(x+10)} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) \\ & \quad + \frac{3}{3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{4}{4} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \end{aligned}$$

$$x = 1 \text{ 대입하면 } \frac{1}{1} - \frac{1}{1+10} = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

2. 남자 4명, 여자 4명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 576

② 872

③ 1152

④ 1680

⑤ 2304

해설

남자 4명을 먼저 줄 세운 다음 사이 사이에 여자 4명을 배치하는 경우와

여자 4명을 먼저 줄 세우고 사이 사이에 남자 4명을 배치하는 경우

$$4! \times 4! \times 2 = 1152$$

3. 어느 회사원의 연간 소득은 Y 원이다. 이 소득의 $a\%$ 에 대해서는 세금이 부과되지 않고, 그 나머지 소득에 대해서만 $b\%$ 의 세금이 부과된다. 이 사람은 세금을 납부하고 난 후의 소득 중 C 원을 소비하고 나머지는 모두 저축한다. 이 사람의 연간 저축액 S 원은?

$$\textcircled{1} S = \left(1 - \frac{a}{100} - \frac{b}{100}\right) Y - C$$

$$\textcircled{2} S = \left(1 - \frac{a}{100} - \frac{b}{100}\right) Y + C$$

$$\textcircled{3} S = \left(1 - \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} + \frac{b}{100}\right) Y - C$$

$$\textcircled{4} S = \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right) Y + C$$

$$\textcircled{5} S = \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right) Y - C$$

해설

비과세 소득은 $Y \times \frac{a}{100}$ 원이고 나머지 금액 $Y \left(1 - \frac{a}{100}\right)$ 에 대한 $b\%$ 의 세금을 납부하고 C 원을 소비한 후 저축하므로

$$\begin{aligned} S &= Y \times \frac{a}{100} + Y \left(1 - \frac{a}{100}\right) \left(1 - \frac{b}{100}\right) - C \\ &= \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right) Y - C \end{aligned}$$

4. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$

② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$

③ 1.5

④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$

⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots}}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2} + x}$$

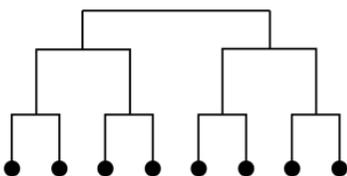
$$\Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} + x$$

$$\Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0)$$

5. 세계 피파 랭킹 1위에서 8위까지의 총 8개 나라가 참가한 축구 경기에서 그림과 같은 토너먼트로대진표를 만든다고 한다. 두 나라가 경기를 하면 랭킹이 높은 나라가 반드시 이긴다고 할 때, 랭킹4위인 나라가 결승전에 나갈 수 있도록 대진표를 만드는 방법의 수는?



① 24

② 28

③ 32

④ 36

⑤ 42

해설

4 명씩 두 조로 나누어 생각해보면 결승전에 나가려면 1 ~ 3 위 팀과는 같은 조에 들어가면 안된다. 두 조는 구별이 되지 않으므로 5 ~ 8 위 팀중 한 팀을 골라 1 ~ 3 위 팀 조에 넣으면 두 조가 완성이 된다. $\Rightarrow {}_4 C_1 = 4$

이제 각 조 내에서 배열하는 방법 수는

$$\Rightarrow {}_4 C_2 \times {}_2 C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \therefore 4 \times 3 \times 3 = 36$$