

1. $a + \frac{1}{b} = c$, $b + \frac{1}{c} = d$, $c + \frac{1}{d} = a$ 일 때, ab 의 값은 ?

① $-\frac{3}{2}$

② -1

③ $-\frac{1}{2}$

④ 0

⑤ 1

해설

$c = a + \frac{1}{b}$ 을 $b + \frac{1}{c} = d$ 에 대입하면

$$d = b + \frac{1}{a + \frac{1}{b}} = b + \frac{b}{ab + 1} = \frac{ab^2 + 2b}{ab + 1}$$

c 와 d 를 $a = c + \frac{1}{d}$ 에 대입하면

$$a = a + \frac{1}{b} + \frac{ab + 1}{ab^2 + 2b} \text{ 에서 } \frac{ab + 2 + ab + 1}{ab^2 + 2b} = 0$$

$$\therefore \frac{2ab + 3}{ab^2 + 2b} = 0$$

따라서 $2ab + 3 = 0$ 이므로 $ab = -\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 이다. 이 때 함수 $y = |x-a| + b$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

역함수의 성질에 의해 $(f^{-1})^{-1} = f$ 이다.

따라서 $f^{-1}(x) = y$ 라 놓고

$y = \frac{4x-3}{-x+2}$ 에서 역함수를 구하면

$$x = \frac{4y-3}{-y+2} \rightarrow x(-y+2) = 4y-3$$

$$\rightarrow -xy + 2x = 4y - 3 \rightarrow (4+x)y = 2x + 3$$

$$\therefore y = \frac{2x+3}{4+x} \quad \therefore \frac{ax+b}{x+c} = \frac{2x+3}{x+4}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 4$$

함수 $y = |x-2| + 3$ 에서 $x = 2$ 일 때 최솟값 3을 가진다.

3. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개를 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 20의 배수가 되는 경우의 수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

4의 배수와 5의 배수 판별법을 이용한다. 즉 끝자리가 0이고 끝의 두 자리가 4의 배수가 되어야 한다.

⇒

--	--

20 또는

--	--

40

$$2 \times {}_3P_2 = 12$$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$A \subset B$ 이면 $\square$ 는 8의 약수이어야 한다. 따라서 $\square$ 는 1, 2, 4, 8의 4개이다.

5. 다음은 자연수 n 에 대하여 명제 ‘ n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.’를 증명한 것이다.

주어진 명제의 대우를 구하면 ‘ n 이 3의 배수가 아니면 n^2 도 (가)’이다. n 이 3의 배수가 아니므로 $n = 3m \pm$ (나) (m 은 자연수)에서 $n^2 = 9m^2 \pm 6m + 1 = 3(3m^2 \pm 2m) + 1$ 따라서, $3m^2 \pm 2m$ 이 (다)이므로 n^2 은 (라) 그러므로 대우가 (마)이므로 주어진 명제도 (마)이다.

위

의 과정에서 빈칸에 들어갈 수나 식이 잘못 연결된 것은?

- ① (가) 3의 배수가 아니다. ② (나) 1
 ③ (다) 자연수 ④ (라) 3의 배수이다.
 ⑤ (마) 참

해설

주어진 명제의 대우는 ‘ n 이 3의 배수가 아니면 n^2 도 3의 배수가 아니다’이다. n 이 3의 배수가 아니므로 $n = 3m \pm$ 1 (m 은 자연수)에서 $n^2 = 9m^2 \pm 6m + 1 = 3(3m^2 \pm 2m) + 1$ 따라서, $3m^2 \pm 2m$ 이 자연수이므로 n^2 은 3의 배수가 아니다. 그러므로 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

6. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인가?

① 125

② 175

③ 275

④ 385

⑤ 495

해설

십이각형에서 4개의 점을 선택하면 대각선이 한 개가 만들어진다. 따라서 대각선의 교점의 최댓값은 십이각형의 12 개의 꼭지점에서 4 개의 점을 선택하는 가지 수와 같다.

$$\therefore {}_{12}C_4 = 495$$