

1. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 일 때, $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}}$ 의 값은?

① $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}-3}{2}$

② $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

③ 0

해설

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+2}{x+1}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{x+1}{x+2}} \\
 &= 1 + \frac{1}{\frac{2x+3}{x+2}} = 1 + \frac{x+2}{2x+3}
 \end{aligned}$$

$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 을 대입하면

$$1 + \frac{x+2}{2x+3} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

2. 분수함수 $f(x) = \frac{3}{ax-4} + 1$ 에 대해서 $(f \circ f)(x) = x$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -5

② -3

③ -2

④ 4

⑤ 5

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 이려면 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이어야 한다.
먼저 $f^{-1}(x)$ 를 구해보면,

$$y = \frac{3}{ax-4} + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{a(y-1)} + \frac{4}{a}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{a(x-1)} + \frac{4}{a} \dots \dots f^{-1}(x)$$

$\therefore f(x) = f^{-1}(x)$ 이려면 $a = 4$

3. 10000 원짜리 지폐 2 장, 5000 원짜리 지폐 2 장, 1000 원짜리 지폐 3 장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

- ① 27 ② 35 ③ 42 ④ 60 ⑤ 81

해설

5000 원짜리 2 장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1 장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 짜리 지폐 4 장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.

$$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$$

4. $POWER$ 의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, P 와 R 가 이웃하는 경우의 수는?

① 36

② 48

③ 56

④ 70

⑤ 84

해설

P 와 R 을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 P 와 R 가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.

$$\therefore 24 \times 2 = 48$$

5. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때, 9 의 배수의 개수는?

① 6

② 12

③ 15

④ 18

⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다.
0, 1, 2, 3, 4 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은
(2, 3, 4) 뿐이다. 2, 3, 4 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는
 $3! = 6$

6. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 만들 수 있는 세 자리의 정수는 몇 개인가?

① 60

② 80

③ 100

④ 125

⑤ 180

해설

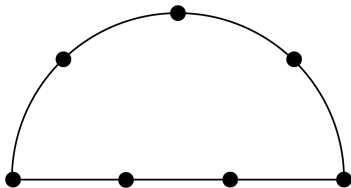
백의 자리 : 0 을 제외한 5 개 숫자를 모두 사용

십의 자리 : 백의 자리에 사용한 수를 제외한 5 개

일의 자리 : 백의 자리, 십의 자리에 사용한 수 2 개를 제외한 4 개

$$\therefore 5 \times 5 \times 4 = 100$$

7. 다음 그림과 같이 반원 위에 7 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 27개 ② 28개 ③ 31개 ④ 32개 ⑤ 34개

해설

전체에서 점 3개를 고르는 경우에서 밑변 (일직선) 위의 점 중에 3개를 고르는 경우를 제한다.

$${}^7C_3 - {}^4C_3 = 31$$

8. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y | x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.

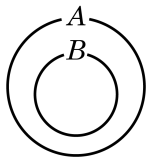
$A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때, $A \otimes B$ 를 구하면?

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$ ③ $\{0, 1\}$
④ $\{0\}$ ⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} & A \otimes B \\ &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

9. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 고르면?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$\{4, 8, 12, \dots\} \subset A$$

$$\{8, 16, 24, \dots\} \subset A$$

$$\{10, 20, 30, \dots\} \subset A$$

따라서 ①, ③이다.

10. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 일 때, $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$(A \cap B) = \{2, 4\}$ 이므로 x 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$\therefore 2^{4-2} = 2^2 = 4$

11. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $X \cap A = X$, $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{3, 5, 7\}$$

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cap B = \{3, 5\}, X \cap A = X \text{이므로 } X \subset A$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{이므로 } A \cap B \subset X$$

$$\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

따라서 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로

$$2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$$

12. 다음은 명제 ‘정수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가) ~ (마)에 들어갈 말로 틀린 것은?

주어진 명제의 대우인 ‘정수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면 (가)이다.’가 참임을 증명해 보자.

x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면,

x, y, z 는 각각 $x = 3l \pm 1, y = 3m \pm 1, z = 3n \pm 1$ (l, m, n 은 정수)로 나타낼 수 있다.

이때,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2 \\ &= 9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \pm 6m + 1 \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l + m) + 2 \end{aligned}$$

또는

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (\text{나}) \\ &= (\text{다}) \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l - m) + 2 \end{aligned}$$

한편,

$$z^2 = (3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$$

따라서, $x^2 + y^2 \neq z^2$ 이므로 주어진 명제의 대우는 (라)이다.

그러므로 주어진 명제 ‘ $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’는 (마)이다.

① (가) $x^2 + y^2 \neq z^2$

② (나) $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$

③ (다) $9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \mp 6m + 1$

④ (라) 참

⑤ (마) 참

해설

$x^2 + y^2$ 는 $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$ 또는 $(3l \pm 1)^2 + (3m \mp 1)^2$

13. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1280)$ 의 값은 얼마인가?

$$(i) f(2x) = f(x) \quad (x = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(ii) f(2x + 1) = 2^x \quad (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$1280 = 2^8 \cdot 5 \text{ 이므로,}$$

$$f(2^8 \cdot 5) = f(2^7 \cdot 5) = f(2^6 \cdot 5) = \dots = f(5)$$

$$= f(2 \cdot 2 + 1) \text{ 이므로,}$$

$$f(2 \cdot 2 + 1) = 2^2 = 4$$

14. 함수 $y = a|x+1| - b|x-1| + 2$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건을 구하면?

① $a + b = 0$

② $a - b = 0$

③ $a + b = 1$

④ $a - b = 1$

⑤ $a + b = 2$

해설

$y = f(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이면 $f(x) = f(-x)$ 이다.

$f(x) = a|x+1| - b|x-1| + 2$ 라 하면

$$f(-x) = a|-x+1| - b|-x-1| + 2$$

$$= -b|x+1| + a|x-1| + 2$$

$$f(x) = f(-x) \text{ 에서 } a = -b$$

$$\therefore a + b = 0$$

