

1. a, b 가 실수일 때, $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0 \text{에서}$$

$$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a - 3 = 0$, $4a - 5b + 6 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

따라서 $a + b = 3$ 이다.

2. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

3. x^3 의 계수가 1 인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x-1, x-2, x-3$ 으로 나눈 나머지가 각각 2, 4, 6 일 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 11

⑤ 14

해설

$$f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$a + b + c = 2, 4a + 2b + c = 4, 9a + 3b + c = 6$$

$$a = 0, b = 2, c = 0$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 2x$$

$$f(4) = 3 \times 2 \times 1 + 8 = 14$$

4. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 와 $x^2 + ax + b$ 의 최대공약수는 $x + 1$ 이고, 최소공배수는 $x^4 - 5x^2 + 4$ 이다. 이 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ 1

⑤ -1

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x + 1)(x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + ax + b = (x + 1)(x + k)$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$$

$$\therefore (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2) = (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + k)$$

$$\therefore k = -2$$

$$x^2 + ax + b = (x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$$\therefore ab = 2$$

5. 다음 그래프에서 최댓값을 구하면?

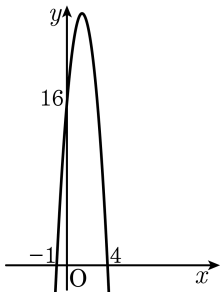
① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25



해설

x 절편이 -1 과 4 이므로

$$y = a(x+1)(x-4)$$

점 $(0, 16)$ 을 지나므로

$$16 = a(-4), a = -4$$

$$y = -4(x+1)(x-4)$$

$$= -4(x^2 - 3x - 4)$$

$$= -4\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 16$$

$$= -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 25$$

$x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 25 이다.

6. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10

② 5

③ 0

④ -10

⑤ -15

해설

계수가 실수이므로 주어진 방정식의 다른 허근은 $1 - \sqrt{2}i$ 이다.
이때, 또 다른 한 근을 α 라고 하면 삼차방정식의 근과 계수와의
관계에서

$$(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i)\alpha = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(1 - \sqrt{2}i) + (1 + \sqrt{2}i) + \alpha = -a \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i)\alpha + (1 + \sqrt{2}i)\alpha = b \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 3\alpha = 3$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 2 + \alpha = -a$$

$$\therefore a = -3$$

$$\textcircled{㉢} \text{에서 } 3 + 2\alpha = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\text{따라서 } ab = -15$$

7. x, y 가 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 를

만족시킬 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 10

해설

$(x - y)^2 = 4$ 에서

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + 4xy + y^2 = 10 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠} : 6xy = 6,$$

$$\therefore xy = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 4 + 4 \cdot 1 = 8 \end{aligned}$$

해설

실제로 연립방정식을 풀면,

$x = y + 2$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$(y + 2)^2 + 4y(y + 2) + y^2 = 10$$

$$6y^2 + 12y - 6 = 0, y^2 + 2y - 1 = 0$$

근의 공식을 이용하면,

$$\therefore y = -1 \pm \sqrt{2}, x = 1 \pm \sqrt{2} (\text{복호동순})$$

$$\begin{aligned} \therefore (x + y)^2 &= ((1 \pm \sqrt{2}) + (-1 \pm \sqrt{2}))^2 \\ &= (\pm 2\sqrt{2})^2 = 8 \end{aligned}$$

8. 두 방정식 $2xy = x^2$, $2xy = y^2 - y$ 를 모두 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

순서쌍 (x, y) 는 연립방정식

$$\begin{cases} 2xy = x^2 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2xy = y^2 - y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 해이다.}$$

㉠에서 $x = 0$ 또는 $x = 2y$

(i) $x = 0$ 일 때 :

㉡에서 $y^2 - y = 0$

$\therefore y = 0$ 또는 1

(ii) $x = 2y$ 일 때 :

㉡에서 $4y^2 = y^2 - y$

$\therefore y = 0$ 또는 $-\frac{1}{3}$

$\therefore (x, y) = (0, 0), (0, 1), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

9. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$