

1. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

2. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

3. 등식 $3x - 2yi = (2 + i)^2$ 이 성립하는 x, y 에 대하여 두 수를 곱하면?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$3x - 2yi = (2 + i)^2 = 3 + 4i$$

$$x = 1, \quad y = -2$$

$$\therefore xy = -2$$

4. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z)z - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

5. 두 수 $1+2i$, $1-2i$ 를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

6. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

7. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

- (가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

8. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $2a - b$ 의 값은?

① -3 ② -5 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{일 때, } 4 - 4a + b = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 = -3 \text{일 때, } 9 + 6a + b = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

9. $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면 $f(x) = (x^2-3x+2)Q(x) + ax+b$

그런데 $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ 이므로

$$a+b=3, 2a+b=5$$

$$\therefore a=2, b=1$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

10. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$ 이고, 최소 공배수가 $x^3-3x^2-4x+12$ 일 때, 이 두 다항식의 합을 구하면?

- ① x^2-x-10 ② $2x^2-x-10$ ③ x^2-x-12
④ $2x^2-x-20$ ⑤ $2x^2+x-10$

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 다항식이 $(x+2)a, (x+2)b$ 이면 최소공 배수는 $(x+2)ab$ 이다.

$$\begin{aligned}x^3-3x^2-4x+12 &= (x+2)ab \\ &= (x+2)(x-2)(x-3)\end{aligned}$$

따라서 두 다항식은 각각

$$(x+2)(x-2), (x+2)(x-3)$$

∴(두 다항식의 합)

$$= (x+2)(x-2) + (x+2)(x-3)$$

$$= 2x^2-x-10$$

11. $2x + y = 3$ 일 때, $x^2 + xy + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{11}{4}$

② 3

③ $\frac{13}{4}$

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{15}{4}$

해설

$2x + y = 3$ 에서 $y = -2x + 3$ 이다.

$$x^2 + xy + 1 = x^2 + x(-2x + 3) + 1$$

$$= -x^2 + 3x + 1$$

$$= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}$$

따라서 최댓값은 $\frac{13}{4}$ 이다.

12. 복소수 $a \pm bi$ ($b \neq 0, i = \sqrt{-1}$)가 삼차방정식 $x^3 + px + q = 0$ 의 허근일 때, 다음 중 p 를 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은? (단, a, b, p, q 는 실수)

- ① $a^2 + b^2$
- ② $a^2 - 2b^2$
- ③ $b^2 - a^2$
- ④ $b^2 - 2a^2$
- ⑤ $b^2 - 3a^2$

해설

$x^3 + px + q = 0$ 의 세 근을 $a + bi, a - bi, \alpha$ 라 하자. 근과 계수와의 관계에 의하여

$(a + bi) + (a - bi) + \alpha = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny \Gamma}$

$(a + bi)(a - bi) + \alpha(a + bi) + \alpha(a - bi) = p \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny \Delta}$

$\alpha(a + bi)(a - bi) = -q \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny \Xi}$

$\textcircled{\tiny \Gamma}$ 에서 $\alpha = -2a$

$\textcircled{\tiny \Delta}$ 에서 대입해 정리하면 $p = b^2 - 3a^2$

13. $\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 해가 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?

① -10 ② -7 ③ -3 ④ 0 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡식 $x^2 = 25 - y^2$ 을

㉠식에 대입하면

$$25 - y^2 - (y+1)^2 = 0$$

$$25 - y^2 - (y^2 + 2y + 1) = 0$$

$$-2y^2 - 2y + 24 = 0, y^2 + y - 12 = 0,$$

$$(y+4)(y-3) = 0,$$

$$\therefore y = -4, 3$$

$$\text{i) } y = -4, x = \pm 3$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 3 - 4 = 1, -3 - 4 = -7$$

$$\text{ii) } y = 3, x = \pm 4$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 4 + 3 = 7, -4 + 3 = -1$$

14. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

① $x = 2\sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$

② $x = -2\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$

③ $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

④ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

⑤ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$x^2 + xy - 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x + 2y) = 0$

i) $x = y$ 일 때

$x^2 + y^2 = 2y^2 = 25$

$y = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$

ii) $x = -2y$ 일 때

$x^2 + y^2 = 5y^2 = 25$

$y^2 = 5, y = \pm \sqrt{5}, x = \mp 2\sqrt{5}$ (복호동순)

$\therefore$ 구하는 해는 $(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}), (-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}),$

$(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}), (2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$

15. 방정식 $x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

① -7 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 7

해설

$x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$
 $(x + 2y)^2 + (y - 1)^2 = 0$
 $x + 2y, y - 1$ 은 실수이므로 $x + 2y = 0, y - 1 = 0$
 $\therefore y = 1, x = -2y = -2$
 $\therefore x + y = -1$