1. 다음 중 제곱근을 구할 수 없는 수를 모두 고르면?

① -4 ② 4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

2. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{0.81}$	㉡ $\sqrt{0.1}$	㉢ $\sqrt{121}$
㉣ $\sqrt{13}$	㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.81}$ 은 0.81 의 양의 제곱근이므로 0.9 이다.
㉡ $\sqrt{0.1}$ 는 0.1 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉢ $\sqrt{121}$ 은 121 의 양의 제곱근이므로 11 이다.
㉣ $\sqrt{13}$ 는 13 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$ 는 $\frac{4}{25}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\frac{2}{5}$ 이다.

3. 다음 중 가장 큰 값은?

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$

이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

4. $x > 1$ 일 때, $\sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x > 1$ 이므로 $x - 1 > 0$, $1 - x < 0$

(준식) $= (x-1) - \{-(1-x)\}$

$= (x-1) - (x-1) = 0$

5. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x=8$ 이다.

6. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x=4$ 이다.

7. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{(-7)^2}$ ② $-(-\sqrt{3})^2$ ③ $\sqrt{20}$
④ 6 ⑤ $\sqrt{45}$

해설

① $7 = \sqrt{49}$
② -3
③ $\sqrt{20}$
④ $6 = \sqrt{36}$
⑤ $\sqrt{45}$

8. $7 < \sqrt{10x^2} < 12$ 이 성립할 때, 정수 x 의 값을 모두 구하면?

① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

$7 < \sqrt{10x^2} < 12$
$49 < 10x^2 < 144$
$4.9 < x^2 < 14.4$
$x^2 = 9$
$\therefore x = \pm 3$

9. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

① 36 ② 49 ③ -1 ④ 225 ⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.
⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

10. 다음 중 가장 큰 수는 무엇인가?

① $\sqrt{25}$ ② $(-\sqrt{4^2})^2$ ③ $\sqrt{(-8)^2}$

④ $(\sqrt{3})^2$ ⑤ $-\sqrt{16}$

해설

① $\sqrt{25} = 5$

② $(-\sqrt{4^2})^2 = (-4)^2 = 16$

③ $\sqrt{(-8)^2} = 8$

④ $(\sqrt{3})^2 = 3$

⑤ $-\sqrt{16} = -4$

따라서 가장 큰 수는 16 이다.

11. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2}$ 을 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-5a$

해설

$-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -(5a) = -5a$

12. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{64a^2}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것을 고르면?

① $-64a^2$　　② $-8a$　　③ $8a$
④ $8a^2$　　⑤ $64a^2$

해설
$8a < 0$ 이므로
$\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = -(8a) = -8a$

13. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3a$

해설

$-\sqrt{9a^2} = -\sqrt{(3a)^2} = -3a$

14. $-\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$-\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

$= -5 \div 7 \div \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} = -5 \times \frac{1}{7} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = -\frac{4}{3}$

15. $1 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x+1)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x+1)^2} &= -(x-3)+x+1 \\ &= 4\end{aligned}$$

16. $\sqrt{135\times a}$ 가 정수가 되는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

① 17 ② 15 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$135\times a$ 가 제곱수이어야 한다. 135 를 소인수분해하면 $3^3\times 5$ 이다.
따라서, $135a = 3^3\times 5\times a$ 꼴이고 제곱수인 3^2 을 제외한 $15a$ 도 제곱수이다.
$\therefore$ 가장 작은 자연수 a 는 15 이다.

17. 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 값이 <u>아닌</u> 것은?

보기

$3 < \sqrt{x} < 5$

① 24 ② 20 ③ 16 ④ 12 ⑤ 8

해설

$3 < \sqrt{x} < 5$
$3^2 < (\sqrt{x})^2 < 5^2$ 이므로
$9 < x < 25$
따라서 x 는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 이다.

18. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

19. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② -1 ③ $1-2a$

④ $2a-1$ ⑤ 3

해설

$0 < a < 1$ 에서 $a > 0$, $a-1 < 0$

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2} = a - \{-(a-1)\} = 2a-1$

20. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(2-a)^2} - \sqrt{4(a-1)^2}$ 을 계산하면?

① a　　② $3a-2$　　③ $-3a+4$

④ $-5a+3$　　⑤ $a-3$

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $1 < 2-a < 2$, $-1 < a-1 < 0$ 이므로

(준식) $= |2-a| - |2(a-1)|$

$= (2-a) - \{-2(a-1)\}$

$= 2-a+2a-2$

$= a$

21. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

해설

$2 < \sqrt{4n} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면

$4 < 4n < 25,\ 1 < n < \frac{25}{4}$

$\therefore n = 2, 3, 4, 5, 6$

22. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

$\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 이므로
$N(8) = 2$
$N(9) = N(10) = \cdots = N(15) = 3$
$N(16) = N(17) = \cdots = N(20) = 4$
$\therefore N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

23. 196 의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196 이 되는 수 중 $x>y$ 인 수는
$x=14,\ y=-14$ 이므로
$\sqrt{3x-2y+11}=\sqrt{81}=9$
따라서 9 의 제곱근은 ± 3 이다.

24. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0　② $2a$　③ $a-b$　④ $2b$　⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.
$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.
$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$
$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$
$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$
따라서
$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=-a+b-(-a)+b$
$=2b$

25. 다음을 계산하여라.

$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13}>\sqrt{7}$, $\sqrt{11}<\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$

$=\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)-\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)$
$-\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)+\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)$
$=0$